

DIE DETERMINISTISCHE STRUKTUR DER
KONTINUUMSMECHANIK UND ELEKTRODYNAMIK
EINE TEILREKONSTRUKTION
ZUR KLÄRUNG VON GRUNDLAGENPROBLEMEN

Wilhelm Wolze

—
1975



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551910_0064

Die deterministische Struktur der
Kontinuumsmechanik und Elektrodynamik.

Eine Teilrekonstruktion
zur Klärung von Grundlagenproblemen.

Inaugural - Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Philosophischen Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität zu München

vorgelegt von
Wilhelm Wolze
München

Fotodruck Hudak München

1975

Referent : Prof. Dr. Dr. W. Stegmüller

Korreferent : Prof. Dr. M. Käsbauer

Tag der mündlichen Prüfung: 27.2.1975



Inhaltsverzeichnis.

I Einleitung

1. Ziel der Arbeit	1
2. Der Zusammenhang des hier intendierten Theorie- begriffes mit den üblichen Theoriebegriffen ..	2
3. Das Konzept	7
3.1 Grundlagen	7
3.2 Aufbau	9

II Hilfsdefinitionen

1. Mannigfaltigkeiten	13
2. Determinationsbeziehungen	16

III Die Struktur im weiteren Sinne

1. Grundzeichen mit intendierten Interpretationen	19
2. Grundaxiome	22
3. Axiome der Raum-Zeit-Metrik	27
4. Determinationsaxiome	30
4.1 Raumzeitinvarianzen	32
4.2 Einschränkende Bedingungen	33
4.3 Bezugssysteminvarianz	42
4.4 Die Axiome	43
5. Explizitprädikate	45
6. Fundamentalgesetze und Theorien im weiteren Sinne	45

IV Systematisierungen	
1. Problem der Aussonderung von Modellen	49
2. Systeme und Determinationsketten	50
3. Systemklassifikationen	56
4. Materialklassifikationen	59
5. Konstitutionsklassen	66
V Theorie und Realität	73
Symbolliste	80
Literaturverzeichnis	81

I Einleitung.

1. Ziel der Arbeit.

Diese Arbeit basiert auf der Grundannahme, daß die meisten Grundlagenprobleme der Physik (allgemein der empirischen Wissenschaften) nur simultan mit einer solchen Rekonstruktion der Begriffe "Theorie" und "Realität"^{*1)} lösbar sind, in der die Theorie konstitutiv für die Realität wird (Konstitutionsbedingung). Die Konstitutionsbedingung beinhaltet u.a., daß die Realität als begriffene Realität verstanden werden soll, die aber nicht mit der sie konstituierenden Theorie, sondern mit den empirischen Resultaten der Theorie identisch ist. Die Realität läßt sich aus der Theorie nur über die empirische Forschung (Anwendung der Theorie) und nicht durch logische Deduktion gewinnen.

Eine derartige Auffassung von Theorie und Realität beinhaltet die von verschiedenen Autoren in verschiedener Form vertretene These von der Theorienbeladenheit aller Beobachtungsaussagen^{*2)}. Durch die Teilrekonstruktion der deterministischen Struktur der Kontinuumsmechanik und der phänomenologischen Elektrodynamik soll im Ansatz ein Theorie- und Realitätsbegriff im Sinne der Konstitutionsbedingung expliziert werden. Von den mit dieser Teilrekonstruktion simultan lösbaren (bzw partiell lösbaren) Grundlagenproblemen werden im wesentlichen nur die Dispositionsbegriffe -die hier unter die Begriffskonzeption der Klassifikation von Materie fallen- und eine Klärungsgrundlage für die Bedeutung der sogenannten 'theoretischen Begriffe' behandelt. Das Hauptziel der Arbeit kann in der Legitimation und Konkretion der Grundannahme gesehen werden.

*1) Es handelt sich hier nur um die physikalische Realität.

*2) Für eine Diskussion dieses Sachverhaltes siehe [13], Kap. VIII, §1.

2. Der Zusammenhang des hier intendierten Theoriebegriffes mit den üblichen Theoriebegriffen.

Der physikalische Theoriebegriff wird im allgemeinen analog zum mathematischen Theoriebegriff konzipiert, wobei noch eine intendierte Interpretation einbezogen wird^{*1)}. Das Kernstück bildet dabei das sogenannte Fundamentalgesetz^{*2)}. Für diejenigen Vorgänge oder Systeme, die Anwendungen der Theorie sind, muß es mittels Idealisierungen (z.B. Raumzeitkontinuum oder Kontinuumskörper) und skalar-, vektor- oder tensorwertiger Funktionen geeignete Darstellungen geben, die Modelle der Struktur sind. Soll beispielsweise das Sonnensystem während einer bestimmten Zeitspanne -repräsentiert durch ein Intervall der reellen Zahlen- als Modell der Partikelmechanik im Sinne der Axiomatisierung von [5]^{*3)} nachgewiesen werden, so ist jeder reale Himmelskörper durch die Idealisierung der Partikel im Sinne der Partikelmechanik darzustellen, sowie eine geeignete Orts-, Masse- und Kraftfunktion anzugeben, so daß zu jeder Zeitinstanz des Zeitintervalls das Fundamentalgesetz (2. Newtonsches Gesetz) erfüllt ist. Was eine geeignete -besser: zulässige- Darstellung ist, kann dabei nicht allein aus der durch das Fundamentalgesetz bestimmten Struktur geschlossen werden. Für die Darstellung des Sonnensystems wird z.B. vorausgesetzt, daß die Ortsfunktion auf ein Inertialsystem bezogen und das System konservativ ist. (Es gilt dann das 3. Newtonsche Gesetz.)

Dieser Theoriebegriff, der im wesentlichen auf der durch das Fundamentalgesetz bestimmten Grundstruktur beruht, soll als Theoriebegriff im engeren Sinne, die anderen Bereiche der Physik sollen in Anlehnung an Bunge [1] als Protophysik bezeichnet werden.

^{*1)} Zum Theoriebegriff siehe u.a. [1], [4], [5] und [13].

^{*2)} Z.B. das 2. Newtonsche Gesetz oder die Maxwell'schen Gleichungen.

^{*3)} Siehe auch [13], Kap. XIII, §6.

Für den in dieser Arbeit intendierten Theoriebegriff sind die protophysikalischen Strukturen von besonderer Wichtigkeit. Theorien, die solche Strukturen einbeziehen, sollen als Theorien im weiteren Sinne bezeichnet werden.

Eine Axiomatisierung bzw. Strukturanalyse von Theorien im weiteren Sinne hat bisher vermutlich nur Sneed in [11] durchgeführt^{*1)}. Ein wesentliches Charakteristikum dieser Rekonstruktion besteht in der Explikation des Strukturkernes ("core for a theory of mathematical physics") und den mit seiner Hilfe gewonnenen empirischen Resultaten der Theorie, die den erweiterten Strukturkern ("expanded core for a theory of mathematical physics") bilden. Der Strukturkern kann zusammen mit intendierten Interpretationen als Theorie im weiteren Sinne bezeichnet werden^{*2)}; sie weist gegenüber der Theorie im engeren Sinne zwei Ergänzungen auf:

- (1) Der Strukturkern bezieht sich auf die Menge der möglichen Darstellungen aller denkmöglichen Systeme (zulässige und unzulässige Modelle der Theorie im engeren Sinne) und enthält Beziehungen in Form von Nebenbedingungen ("constraints") zwischen korrespondierenden Funktionen verschiedener Modelle, z.B. die Nebenbedingung zwischen den Massefunktionen, die fordert, daß ein und derselben Partikel, die in verschiedenen Modellen vorkommt, derselbe Massenwert zugeordnet wird.
- (2) Zur Bestimmung der empirisch zulässigen Funktionen (Funktionen der zulässigen Darstellungen der Systeme) werden die Funktionen auf der Grundlage eines methechnischen Ab- bzw. Unabhängigkeitskriteriums relativ zur Theorie T disjunktiv in die T-theoretischen und die T-nichttheoretischen Funktionen klassifiziert^{*3)}. (In der Mechanik ist die Ortsfunktion nichttheoretisch und die Masse- und Kraftfunktion theoretisch.)

*1) Eine ausführliche Darstellung befindet sich in [13].

*2) Sneed bezeichnet den Strukturkern nicht als Theorie; sein Theoriebegriff wird mittels des Begriffes des Strukturkernes konzipiert. Dieser Theoriebegriff ist in diesem Zusammenhang nicht relevant.

*3) Siehe [13], Seite 31.

Die T-nichttheoretischen Funktionen der Modelle der Theorie werden dabei als zulässig vorausgesetzt. Die Darstellungen der Systeme des Strukturkernes sind also allenfalls bezüglich der T-theoretischen Funktionen unzulässig. Durch Hinzufügen spezieller Gesetze -die jeweils das Fundamentalgesetz verschärfen (z.B. die Kraftgesetze der Mechanik)- sowie weiterer spezieller Nebenbedingungen bezüglich dieser Gesetze werden aus allen möglichen Darstellungen mit zunehmenden empirischen Resultaten (speziellen Gesetzen und speziellen Nebenbedingungen) die zulässigen sukzessive ausgesondert. Der modelltheoretische Theoriebegriff Sneeds enthält folgende Teilstrukturen:

- (1) Struktur der einzelnen Modelle (Struktur der Theorie im engeren Sinne).
- (2) Struktur der partiellen Modelle. (Es ist dies derjenige 'Teil' der Struktur der Modelle, der die T-theoretischen Funktionen sowie das Fundamentalgesetz nicht mehr enthält.)
- (3) Nebenbedingungen.

Die partiellen Modelle können dabei als minimale Darstellung der Systeme angesehen werden, die den Anwendungsbereich bilden und mittels der T-theoretischen Funktionen systematisiert werden.

Unter der Prämisse, daß die Theorie konstitutiv für die Realität sein soll, läßt sich zum Theoriebegriff von Sneed folgende Kritik vorbringen^{*)}:

Die Verwendung der durch die Klassifikation der Funktionen bedingten beiden Modelltypen innerhalb des Theoriebegriffes führt zu einer Liquidation wichtiger Beziehungen zwischen den Funktionen beider Klassen, z.B. zwischen der Raumzeitstruktur und den dynamischen Größen in der Mechanik, da sozusagen die T-theoretischen Funktionen keinen 'Einfluß' mehr auf die T-nichttheoretischen Funktionen besitzen.

^{*)}Wir verzichten auf eine allgemein angesetzte Kritik, obwohl einige der folgenden Einwände direkt übertragbar wären.

Obwohl Sneeds Klassifikation der Funktionen ein wesentliches Charakteristikum der Funktionen einer Theorie darstellt, ist doch ihr Stellenwert innerhalb seines Theoriebegriffes nicht einsichtig, da diese Klassifikation erst für die Messung der Funktionswerte relevant wird. Es scheint hier eine ähnliche Verwechslung von Begriffskonzeption und Messung vorzuliegen wie sie (im weitaus stärkeren Maße) beim operationalen Vorgehen anzutreffen ist.

Sollte der Konzeption Sneeds ferner die Intention eines Stufenaufbaus der Theorien zugrunde liegen, so läßt sich die Kritik noch verschärfen: die Stufen können adäquat nur unter expliziter Verwendung der T-theoretischen Funktionen formuliert werden^{*)}; außerdem lassen sich nicht alle Theorien durch eine solche Stufung einführen. Ein Beispiel hierfür bildet die Elektrodynamik. Hier sind alle spezifisch elektrodynamischen Größen -die in den Maxwell'schen Gleichungen vorkommen- T-theoretische Funktionen, so daß sich keine sinnvollen partiellen Modelle bilden lassen, die den Anwendungsbereich ausmachen.

Die hier vorgebrachten Nachteile lassen sich einfach durch 'Streichung' der Struktur der partiellen Modelle beheben. Der folgende Einwand bezieht sich dagegen allgemein auf Sneeds modelltheoretischen Ansatz, der untrennbar mit Nebenbedingungen verbunden ist. Abgesehen davon, daß die Nebenbedingungen i.a. nur durch Einbeziehung der Protophysik und anderer Theorien explizit formulierbar sind, enthalten sie wesentliche Gesetze nur in einer impliziten Form, die in einer allgemeinen expliziten Formulierung intertheoretisch angesetzt werden müßten. Ein Beispiel bildet die erwähnte Nebenbedingung der Massefunktion, die ein Invarianzgesetz beinhaltet, das z.B. auch beim Wechsel des Aggregatzustandes des Körpers anwendbar sein sollte,

^{*)} Ein Beispiel bildet die Theorie der Länge, axiomatisiert durch ein extensives System (siehe IV.5).

obwohl dies System kein System der Partikelmechanik zu sein braucht. Ferner wäre es wünschenswert, wenn die Modelle nicht bereits vorausgesetzt zu werden brauchten, sondern erst mittels der Theorie über geeignete Klassifikationen^{*1)} eingeführt werden könnten. Dieses Vorgehen hat auch Vorteile bezüglich der anderen Begriffsbildungen, die mittels der Theorie durchgeführt werden, da keine speziellen Voraussetzungen für die vorliegenden Modelle gemacht zu werden brauchen. Es läßt sich leicht zeigen, daß ein solches Theoriekonzept mit Sneeds modelltheoretischem Ansatz verträglich ist: Aus der Intension der Nebenbedingungen folgt nämlich, daß die Vereinigung der korrespondierenden Funktionen aller Modelle (z.B. Masse-, Orts- oder Kraftfunktionen) wieder Funktionen sind, die hier kurz als globale Funktionen bezeichnet werden sollen. Die globalen Funktionen können nun zur Formulierung der Theorie verwendet werden. Ihre Messung geschieht über geeignete, mit Hilfe der Theorie eingeführte Modelle bzw Systeme. Es scheint auch im modelltheoretischen Ansatz das bereits besprochene Mißverhältnis von Begriffskonzeption und Messung vorzuliegen.

Einschränkend muß hier jedoch darauf hingewiesen werden, daß ein 'globaler Ansatz'^{*2)} von vorneherein intertheoretisch angesetzt werden muß. Dies wird sowohl durch die Rekonstruktion der Nebenbedingungen zu Gesetzen als auch durch die Rekonstruktion der Klassifikationsgrundlage der Modelle (z.B. nach Kraftursachen) erzwungen.

Aus dieser kurzen Erörterung läßt sich entnehmen, daß der intertheoretische Ansatz^{*3)} eine notwendige Bedingung für

*1) Z.B. in der Mechanik nach den Kraftursachen und dem Charakteristikum der Abgeschlossenheit.

*2) Formulierung der Theorie mittels globaler Funktionen.

*3) Es scheint aus verschiedenen Gründen zweckmäßig zu sein, die intertheoretisch formulierte Protophysik möglichst ohne Verwendung von metrischen Begriffen zu formulieren, da man dann z.B. nicht an bestimmte Metrisierungen und Fundamentalgeseetze gebunden ist.

eine adäquate Rekonstruktion einer Theorie im weiteren Sinne ist, die der Konstitutionsbedingung gerecht wird. Für das Ziel dieser Arbeit wurde daher die Kontinuumsmechanik im Zusammenhang mit der phänomenologischen Elektrodynamik gewählt. Dies sind die einfachsten Theorien, mit denen sich dieses Programm bis zu einem gewissen Grade verwirklichen läßt.

3. Das Konzept.

3.1. Grundlagen.

Die Theorie soll gemäß der Konstitutionsbedingung derart rekonstruiert werden, daß sie unter Verwendung einfacher, >sinnlicher Begriffe^{*)} zu komplizierteren Begriffsbildungen (Klassifikationen der Materie) wie Elektrizitätsleiter, magnetische Stoffe und Materialien mit bestimmten Viskositätseigenschaften führt. Die Grundlage dieser Begriffskonzeptionen ist das Verhalten der Materie bei gewissen, unter Verwendung der Theorie formulierbaren Bedingungen, das durch deterministische Gesetze^{*)} bestimmt wird. Im Sneed'schen Formalismus werden diese Gesetze sowohl durch die Fundamentalgesetze, die Nebenbedingungen als auch durch die speziellen Gesetze und speziellen Nebenbedingungen bestimmt. Sie beinhalten sowohl Determinationen als auch Invarianzen. Als Determinationen sollen die eindeutigen Abhängigkeitsbeziehungen zwischen den Funktionen bezeichnet werden -z.B. die Abhängigkeit der Ortsfunktion von der Masse- und Kraftfunktion-, die durch die Gesamtheit der Gesetze und Nebenbedingungen ausgedrückt werden. Die Invarianzen bestehen einmal in der

*) Siehe hierzu Kapitel V. (Die durch Ecken bezeichneten Begriffe stellen Explikanda dar.)

*) Probabilistische Gesetze werden hier nicht betrachtet.

Unabhängigkeit der Gesetze von der konkreten Raumzeitstelle und zum anderen vom konkreten Bezugssystem. Diese Invarianzen sollen als fundamentale Invarianzen bezeichnet werden. Daneben kommen noch andere Invarianzen vor, auf die hier jedoch nicht weiter eingegangen werden soll.

In diesem Rekonstruktionsansatz soll die allgemeine Struktur der Determinationen und Invarianzen rekonstruiert werden, mit deren Hilfe die deterministische Struktur formuliert wird. Mit der Einführung von Fundamentalgesetzen werden die Determinationsbeziehungen so weit spezifiziert, daß die restlichen Determinationen empirisch bestimmt werden können. Die Determinationsstruktur gehört also zum Begriffssystem der Theorie im weiteren Sinne, sie beinhaltet keine konkreten empirischen Resultate, diese werden erst mit ihrer Hilfe gewonnen. Zusammen mit geeigneten Fundamentalgesetzen (für die Kontinuumsmechanik und die Elektrodynamik) entspricht die Determinationsstruktur dem Strukturkern von Sneed.

Zur Analyse der Determinationsbeziehungen betrachten wir das folgende Beispiel. Gehen wir von einer als bekannt vorausgesetzten Strom- und Ladungsverteilung aus und fragen nach den hierdurch determinierten elektromagnetischen Feldern, so sind diese aus den Maxwell'schen Gleichungen herleitbar, sofern keine Materie die Felder mitbeeinflusst. Im letzteren Fall ist nicht nur die Verteilung, sondern auch die 'Eigenschaft' der Materie für die Feldverteilung wesentlich. Dabei wird angenommen, daß gleiche Strom-, Ladungs- und Materieverteilungen mit gleichen 'Materieeigenschaften' auch gleiche Feldverteilungen hervorrufen (Determination mit Raumzeitinvarianz). Diese als begriffliche Basis vorausgesetzte Determinationsbeziehung kann nun dazu benutzt werden, die 'Eigenschaft' der Materie -die für diese spezielle Determination relevant sein soll- zu charakterisieren, z.B. durch Angabe der sogenannten Materialgrößen (Dielektrizität, Permeabilität, spezifische Leitfähigkeit etc). Die Er-

mittlung der speziellen Gesetze kann im Prinzip nur simultan mit den Materialklassifikationen auf dem Hintergrund allgemeiner Determinationsbeziehungen durchgeführt werden. Die Determinationsbeziehungen haben dabei die folgende Form. Es seien $h_1, \dots, h_n$ (globale) Funktionen, die die Funktion h bestimmen^{*)}. Die Funktionen $h_1, \dots, h_n$ determinieren die Funktion h genau dann, wenn es eine Funktion H gibt, so daß für jedes $x \in D_I(h)$ Einschränkungen h'_1 von h_1 mit $h(x) = H(\{h'_1, \dots, h'_n\}, x)$ existieren und die folgenden Bedingungen erfüllt sind: (1) Die Elemente aus $D_I(h'_1)$ liegen zeitlich vor oder sind gleichzeitig mit x (bezüglich derjenigen Bezugsbasis, auf die alle Funktionen h_1 und h bezogen sind). (2) Die Gleichung erfüllt die fundamentalen Invarianzen.

Mit dem in II.2 definierten mengentheoretischen Prädikat DetF erhalten wir $\text{DetF}(\{h_1, \dots, h_n\}, h, H)$ ^{*)}.

3.2. Aufbau.

Zur Einführung einer geeigneten Mathematisierung werden sowohl die materiellen Körper als auch die Raumzeitstruktur durch ein Kontinuum mit einer globalen differenzierbaren Struktur (differenzierbare Mannigfaltigkeit mit globalen Karten) dargestellt (siehe II.1). Jede Funktion f der Mannigfaltigkeit (M, ϕ) der Welt- bzw Ereignispunkte bildet ein globales Koordinatensystem, dem -physikalisch gesehen- ein Bezugssystem zugrunde liegt, von dem aus

^{*)}In unserem Beispiel sind $h_1, \dots, h_n$ ($n=4$) die Strom- und die Ladungsdichte sowie eine Funktion (Ortsfunktion), die die Materieverteilung und ihren Bewegungszustand angibt und eine Funktion, die die Materie (vor-)klassifiziert (z.B. durch chemische Eigenschaften). Die Funktion h ist dann eine der Feldfunktionen.

Die Funktionen hängen i.a. vom Bezugssystem und explizit von der Zeit bzw von Weltpunkten (Ereignispunkten) ab.

^{*)}Die in (1) geforderte zeitliche Bedingung wird durch zusätzliche einschränkende Bedingungen der Form DII.4.4 eingeführt.

Raumzeitmessungen durchführbar sind: Funktionen und Bezugssysteme können in dieser Rekonstruktion identifiziert werden, obwohl weder die Funktionen den Bezugssystemen noch die Bezugssysteme den Funktionen eindeutig zugeordnet werden können (siehe Bemerkung Seite 24). Den Partikeln der Kontinuumskörper $C=(K,\Psi)$ (differenzierbare Mannigfaltigkeiten) werden durch eine Funktion α ihre Weltlinien in M zugeordnet. Dadurch wird zwischen der Mannigfaltigkeit (M,Φ) der Ereigniswelt und den Mannigfaltigkeiten $C=(K,\Psi)$ der Kontinuumskörper die der Anschauung entsprechende Beziehung mit den charakteristischen Eigenschaften zwischen den Koordinaten der Mannigfaltigkeiten hergestellt (siehe Satz 1, Seite 23). Die Verbindung ist notwendig, um die auf den Partikeln definierten Funktionen mit denen der auf Raumzeitpunkten definierten in den Determinationsbeziehungen bzw. Fundamentalgesetzen in Beziehung setzen zu können. Je nach Einführung der Metrik erhalten wir die nichtrelativistische bzw. die relativistische Raumzeitwelt (siehe Axiome der Raumzeitmetrik).

Für die weiteren Strukturdefinitionen werden die in der Kontinuumsmechanik und phänomenologischen Elektrodynamik üblichen skalar-, vektor- und tensorwertigen Feldfunktionen (III.1.2) -parametrisiert durch die Bezugssysteme auf einer Teilmenge der Partikeln aller Kontinuumskörper in Abhängigkeit von der Zeit (materiegebundene Funktionen wie die Massen- und Ladungsdichtfunktion) bzw. auf einer Teilmenge der Weltpunkte M (nicht materiegebundene Funktionen wie die elektrische Feldstärkefunktion) definiert. Es handelt sich hier um die in I.2 charakterisierten globalen Funktionen, für die aus Einfachheitsgründen der gewöhnliche Vektorraum $\mathbb{R}^3$ und nicht der Tangentenraum zugrunde gelegt wurde. Die Einschränkung auf eine Teilmenge wird vorgenommen, weil nicht vorausgesetzt werden soll, daß es ohne Einschränkung mathematische Modelle gibt, die partiell (auf den Bereichen mit jenen

Systemarten, die durch die Theorie erfaßt werden) zulässig sind. Für diese Funktionen werden nun die beschriebenen Determinationsbeziehungen mit den fundamentalen Invarianzen und zusätzlichen einschränkenden Bedingungen gefordert, die die in II.2 definierte Struktur besitzen. Einige der einschränkenden Bedingungen (Isolationsbedingungen) liefern einen Zusammenhang zwischen den durch sie bestimmten speziellen Determinationseigenschaften und den sogenannten Inertialsystemen, einer echten Teilmenge aller Bezugssysteme.

Um die Materieabhängigkeit in den Determinationsbeziehungen in Ansatz bringen zu können, muß noch eine Funktion eingeführt werden, die die Materie aufgrund chemischer Eigenschaften etc. vorklassifiziert. Außer dieser Funktion und **der** der Temperatur werden die Determinationsbeziehungen wechselseitig angesetzt: Strom-, Ladungs- und Materieverteilungen bestimmen die elektromagnetischen Felder. Die Felder ihrerseits können in geeigneter Materie Ströme induzieren etc.

Die Determinationsbeziehungen werden zu einem Determinationsaxiom (DA) zusammengefaßt, welches zusammen mit den Raumzeitaxiomen zur (relativistischen bzw nichtrelativistischen) Determinationsstruktur führt (DIII.14.2). Da die Axiome (DA) hinsichtlich der Grobstruktur für den relativistischen und den nichtrelativistischen Fall übereinstimmen, werden beide Fälle zusammen abgehandelt und die Unterschiede an den betreffenden Stellen vermerkt. Durch Hinzufügen geeigneter Fundamentalgesetze für die Kontinuumsmechanik und Elektrodynamik*) erhalten wir die Theorie im weiteren Sinne (DIII.15).

Für die in Kapitel IV durchgeführten Systematisierungen ist lediglich die Determinationsstruktur wesentlich. Zunächst werden die Begriffe "System", "determinierendes

*) Im nichtrelativistischen Fall erhalten wir hier die vormaxwellischen Gleichungen.

System bezüglich eines anderen" und "vollständiges System bezüglich bestimmter Determinationen" definiert. Dazu werden die Begriffe der Determinationskette und des Determinationsbaumes eingeführt, die auch für die Meßproblematik relevant sind. Anschließend werden nach verschiedenen Kriterien Systemklassifikationen durchgeführt und die Form der Dispositionsprädikate (Materialklassifikationen) eingeführt.

Die Meßproblematik wird nur kurz unter dem speziellen Aspekt der Aussonderung der empirisch zulässigen Funktionen bzw Modelle aus den mathematisch zulässigen Modellen (für die Determinationsstruktur bzw Theorie im weiteren Sinne) diskutiert, wobei der Begriff der Konstitutionsklasse ^{*1)} verwendet wird. Für die Bildung dieser Klassen werden nur die notwendigen Bedingungen angegeben, nicht jedoch die hinreichenden.

Die besprochenen Probleme dieses Kapitels lassen erkennen, wie die Konstitutionsbedingung von I.1 zu verstehen ist. Im letzten Kapitel wird diese Problematik unter der Überschrift "Theorie und Realität" nochmals aufgegriffen und in diesem Zusammenhang das Problem der Bedeutung der sogenannten theoretischen Begriffe erörtert.

In dieser Axiomatisierung sind im wesentlichen zwei große Problemkreise völlig unberücksichtigt geblieben.

1. Eine Systematisierung mittels qualitativer, komparativer und topologischer Begriffe, die sozusagen die Basis (qualitative, topologische Basis) dieser Axiomatisierung darstellt und für eine vollständige Systematisierung unentbehrlich ist.
2. Die Berücksichtigung der realisierbaren (nichtidealisierten) Vorgänge wie die herstellbaren bzw vorkommender Materiegebiete, Teilchen und Wellen und die durch sie konstituierbaren, endlichen Raumzeitgebiete.

^{*1)}Siehe [7], Seite 33.

II Hilfsdefinitionen.

1. Mannigfaltigkeiten.

Der Vollständigkeit halber seien hier die zur Darstellung des Raum-Zeit-Kontinuums sowie des Partikelkontinuums eines materiellen Körpers geeigneten Beschreibungen mittels globaler differenzierbarer Mannigfaltigkeiten eingeführt. Dabei beschränken wir uns auf die hier vorkommenden Spezialfälle ^{*)} globaler Koordinatensysteme. Die im weiteren Text verwendeten aber nicht definierten Symbole sind in der Symbolliste aufgeführt.

Raum-Zeit-Struktur.

D1

$M = (S, \phi)$ ist eine globale differenzierbare Mannigfaltigkeit der Klasse C^p und der Dimension n - $\text{Diff}_n^p(M)$ - gdw gilt

- (1) S ist eine nichtleere Menge.
- (2) ϕ ist eine nichtleere Menge von eindeutigen Funktionen von S auf $\mathbb{R}^n$.
- (3) Für alle $f_i, f_j \in \phi$ ist $f_{j,i} := f_j \circ f_i^{-1}$ ein C^p -Diffeomorphismus (d.h. $f_{i,j}, f_{i,j}^{-1} \in C^p$).
- (4) Ist ψ ein C^p -Diffeomorphismus von $\mathbb{R}^n$ auf $\mathbb{R}^n$ und $f \in \phi$, dann ist auch $\psi \circ f \in \phi$.

Bemerkung.

Für die Ereigniswelt ist $n=4$ und $S=M$. Ferner setzen wir die Funktionen als C^2 -Funktion voraus. Die Begründung liegt darin, daß spontane Kräfte auf die realen materiellen Bezugsbasen ausgeschlossen werden.

^{*)}Für eine allgemeine Definition siehe z.B. [2].

Struktur der Kontinuumskörper.

Die Mannigfaltigkeiten der Kontinuumskörper besitzen einen Rand (Körperbegrenzung), der zur Formulierung von Oberflächenkräften mittels des Spannungstensors wesentlich ist. In Analogie zu D1 folgt *):

D2

1. $C = (K, \Psi)$ ist ein Kontinuumskörper - $CK(C)$ -
gdw gilt:
 - (1) K ist eine nichtleere Menge (von Partikeln).
 - (2) Ψ ist eine nichtleere Menge von eineindeutigen Funktionen von K in $\mathbb{R}^3$, so daß das Bild jeder Funktion eine kompakte Menge mit stückweise stetig differenzierbaren Grenzen ist.
 - (3) Ist $\psi_1, \psi_2 \in \Psi$, so kann die Funktion $\psi_2 \circ \psi_1^{-1}$ zu einem C^2 -Diffeomorphismus von $\mathbb{R}^3$ auf $\mathbb{R}^3$ erweitert werden.
 - (4) Ist g ein C^2 -Diffeomorphismus von $\mathbb{R}^3$ auf $\mathbb{R}^3$ und $\psi \in \Psi$, dann ist auch $g \circ \psi \in \Psi$.

Bezeichnung:

Die Funktionen aus Ψ heißen Konfiguration des Körpers.

$$2. D_K(C, \{\theta_t\}_{\mathbb{R}}) \xleftrightarrow[\text{df}]{}$$

- (1) $CK(C)$
- (2) $\bigwedge t (t \in \mathbb{R} \longrightarrow \theta_t \in \Pi_2 C)$

(lies: " $\{\theta_t\}$ ist eine kinematische Darstellung von C .")

$$3.a) \quad \dot{\theta}(p, t) := \frac{d}{dt} \theta_t(p)$$

$$b) \quad \ddot{\theta}(p, t) := \frac{d}{dt} \dot{\theta}(p, t) = \frac{d^2}{dt^2} \theta_t(p)$$

Bezeichnung:

$\dot{\theta}$ ist die Geschwindigkeitsfunktion und

$\ddot{\theta}$ die Beschleunigungsfunktion.

*) Siehe [6].

4. Ist $C \in \widehat{CK}$, so ist $P(C) = \bigcup \pi_1 C$

5. $C' \subseteq C \iff C, C' \in \widehat{CK} \wedge \pi_1 C' \subseteq \pi_1 C \wedge \pi_2 C' = \pi_2 C \wedge \pi_1 C'$

(lies: " C' ist ein Teilkörper von C .")

6. Ist $CK(C)$, so ordnet die Funktion γ dem Körper C seinen Rand $\gamma(C)$ zu.

D3

1. Eine Funktion h auf einer Mannigfaltigkeit $(S, \check{f})$ heißt differenzierbar im Punkt $p \in S$ gdw es ein $f \in \check{f}$ gibt, so daß $h \circ f^{-1}$ eine im Punkt $f(p)$ differenzierbare Funktion ist.

Bemerkung.

Diese Eigenschaft ist unabhängig von der speziellen Wahl der Funktion f .

2. Ist $(S, \check{f})$ eine Mannigfaltigkeit der Dimension n und $f \in \check{f}$, so heißen die reellwertigen Funktionen $\pi_1 \circ f, \dots, \pi_n \circ f$ ein Koordinatensystem für S .

Bezeichnung: $f_1 := \pi_1 \circ f$

Bemerkung.

- (1) Mehrstellige Funktionen - wie z.B. $\mathcal{W}(p, t)$ - werden wahlweise auch in parametrisierter Form - $\mathcal{W}_p(t)$ oder $\mathcal{W}_t(p)$ - geschrieben.
- (2) Bei der Raumzeitmannigfaltigkeit werden die ersten drei Koordinaten als räumliche und die letzte als zeitliche Koordinate interpretiert.
- (3) Da die Funktionen der Mannigfaltigkeiten als ein-eindeutig vorausgesetzt wurden, wird in die Mannigfaltigkeiten eine Topologie induziert.
(Die Urbilder offener Mengen des $\mathbb{R}^n$ werden als offene Mengen dieser Topologie definiert.) Es soll darüber hinaus angenommen werden, daß die induzierte Topologie eine Hausdorffsche Topologie ist, was durch ein zusätzliches Trennungsaxiom explizit zum Ausdruck gebracht werden könnte.

$$3. \text{be}(F_1, F_2) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$\bigwedge_{i=1}^2 (\text{Mg}(F_i) \wedge F_i \neq \emptyset \wedge \bigwedge h (h \in F_i \rightarrow \text{Fkt}(h)) \wedge \bigvee g [\text{BIJ}[g, F_1, F_2] \wedge \\ \bigwedge h (h \in F_1 \rightarrow \forall! X (X \subseteq D_I g(h) \wedge h = g(h) \upharpoonright X))])$$

(lies: "Die Funktionsmenge F_1 ist eine Beschränkung der Funktionsmenge F_2 .")

2. Determinationsbeziehungen.

An dieser Stelle soll die Struktur der in Kapitel I erwähnten Determinations- und Invarianzbeziehungen eingeführt werden.

D4

$$1. \text{DetF}(\{h_1, \dots, h_n\}, h, H) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$\bigvee D_0, \dots, D_n ((D_0 \subseteq \phi \times M \vee D_0 \subseteq \phi \times P(\hat{CK}) \times \mathbb{R}) \wedge \text{Fkt}(h) \wedge \\ D_0 = D_I(h) \wedge \bigwedge_{i=1}^n ((D_i \subseteq \phi \times M \vee D_i \subseteq \phi \times P(\hat{CK}) \times \mathbb{R}) \wedge D_i = D_I(h_i) \wedge \\ \text{FKT}]_H, \{\{h'_1, \dots, h'_n\} / \bigwedge_{i=1}^n \hat{h}'_i \subseteq \hat{h}_i\} \times_{D_0, D_{II}}(h)) \wedge \\ \bigwedge x \bigvee z (x \in D_I(h) \rightarrow (z, x) \in D_I(H) \wedge h(x) = H(z, x) \wedge \\ \bigwedge g (g \in z \rightarrow \pi_1 D_I(g) = \{\pi_1(x)\}))$$

(lies: " $\{h_1, \dots, h_n\}$ ist eine h determinierende Funktionsmenge bezüglich H .")

Bezeichnung:

H soll als Determinationsfunktion von h , h als determinierte Funktion und die h_i als determinierende Funktionen bezeichnet werden.

Bemerkungen.

- (1) (M, Φ) ist die Mannigfaltigkeit der Raumzeitwelt und $P(\mathcal{O}K)$ die Menge der Partikeln aller Kontinuumskörper. Die Definition besagt: Für jeden Wert $x \in D_I(h)$ gibt es Einschränkungen h'_i der Funktionen h_i , so daß $h(x) = H(\{h'_i\}, x)$ ist, wobei alle Funktionen h'_i auf dasselbe Bezugssystem bezogen sind wie die Funktion h (letzte Zeile der Definition).
- (2) Interpretiert man h als Kraftfunktion und die h_i als die 'kräfteverursachenden Wirkungen', so drückt die Gleichung $h(x) = H(\{h'_i\}, x)$ die Kraftgesetze aus.

$$2. \text{INV}(R, \{E_i\}_I) \xleftrightarrow[\text{df}]{}$$

$$(1) \text{ÄRe}(R)$$

$$(2) \bigwedge_{i=1} (\hat{E}_i \cap D_{I,R} \neq \emptyset \wedge \forall x, y (R(x, y) \rightarrow (E_i(x) \leftrightarrow E_i(y))))$$

(lies: " $\{E_i\}_I$ ist invariant bezüglich R .")

Bemerkung.

Diese Definition gibt die allgemeinste Form der Invarianzen an. Inhaltlich besagt sie: Geht man von einem Objekt $y \in D_I R$ zu einem anderen Objekt $x \in D_{I,R}$ über, so gelten alle Aussagen, die durch die Familie von Prädikaten $\{E_i\}_I$ gegeben sind genau dann für x , wenn sie auch für y gelten. Anstelle der Relation R könnte auch eine Menge M zusammen mit einer Familie $\{g_i\}$ von Bijektionen $-D_I g_i, D_I g_i \subseteq M-$ mit $M = D_{I,R}$ und $R(x, y) \leftrightarrow \forall g (g \in \{g_i\} \wedge g(x) = y)$ verwendet werden.

$$3. \text{IDetF}(\{h_1, \dots, h_n\}, h, H, (R, \{E_i\}_I)) \xleftrightarrow[\text{df}]{}$$

$$(1) \text{DetF}(\{h_1, \dots, h_n\}, h, H)$$

$$(2) \text{INV}(R, \{E_i\}_I) \wedge \hat{R} \subseteq D_I(H) \times D_I(H)$$

(lies: " $\{h_1, \dots, h_n\}$ ist eine determinierende Funktionsmenge für h bezüglich H mit der Invarianz $(R, \{E_i\}_I)$ ".)

Mit diesem Prädikat können z.B. die raum-zeitlichen Inva-

rianzen der Determinationen ausgedrückt werden. In einigen Fällen ist es außerdem notwendig, den Determinationen einschränkende Bedingungen -das sind Verschärfungen- aufzuerlegen. In der folgenden Definition sollen diese einschränkenden Bedingungen mittels (Familien von) Eigenschaften formuliert werden.

$$4. \text{EDetF}(\{h_1, \dots, h_n\}, h, H, \{B_i\}_I) \xleftrightarrow[\text{df}]{}$$

$$(1) \text{DetF}(\{h_1, \dots, h_n\}, h, H)$$

$$(2) \bigwedge x, y, \bigvee z (x \in D_I(h) \wedge (y, x) \in D_I(H) \wedge h(x) = H(y, x) \longrightarrow \\ \text{be}(z, y) \wedge (z, x) \in D_I(H) \wedge h(x) = H(z, x) \wedge \bigwedge_{i \in I} B_i(z, x))$$

lies: " $\{h_1, \dots, h_n\}$ ist eine determinierende Funktionsmenge für h bezüglich H mit den einschränkenden Bedingungen $\{B_i\}_I$."

Bemerkung.

Definition D4.3 kann auf mehrere Invarianzen erweitert werden. " $(R, \{E_i\}_I)$ " wird durch " $\{(R^j, \{E_i^j\}_{I_j})\}_J$ " ersetzt.

Ferner sind Kombinationen von D4.3 und D4.4^j möglich. Die Prädikate bezeichnen wir mit "IEDetF" oder "EIDetF", wobei die entsprechenden Paare in der gleichen Reihenfolge wie die charakterisierenden Buchstaben stehen.

Die Abschwächung durch die Existenzforderung in der Definitionsbedingung (2) von D4.4 gegenüber einem reinen Allsatz -hier würde im 2. Implikationsglied " y " statt " z " stehen und die Formel " $\text{be}(z, y)$ " wäre überflüssig- hat den Sinn, daß für die Determinationsfunktion nicht zu starke Voraussetzungen bezüglich des Definitionsbereiches gemacht werden sollen.

III Die Struktur im weiteren Sinne.

1. Grundzeichen mit intendierten Interpretationen.

Hier wie auch im folgenden werden der relativistische und der nichtrelativistische Fall der Kürze halber zusammen behandelt. Abweichungen werden an den betreffenden Stellen vermerkt.

1.1. Raumzeitgrößen, Kontinuumskörper.

(M, Φ) : Mannigfaltigkeit der Raumzeitpunkte (Weltpunkte).

B_I : Menge der Inertialsysteme.

$\widehat{CK}$: Menge der Kontinuumskörper.

α : Funktion, die den Partikeln ihre Weltlinien in der Mannigfaltigkeit M zuordnet.

1.2. Grundfunktionen.

ρ : Massendichte

S : Spannungstensor

ρ^* : Ladungsdichte

j : Stromdichte

G : Gravitationsfeldstärke

E : elektrische Feldstärke

H : magnetische Feldstärke

D : dielektrische Verschiebung

B : magnetische Induktion

T : absolute Temperatur

β : Klassifikationsfunktion der Materie

1.3. Determinationsfunktional.

ψ ist ein Funktional, das jeder Funktion $P, S, P^*, j, G, E, H, D, B, \mathcal{S}^{*1}$ ihre Determinationsfunktionen $\check{P}, \check{S}, \check{P}^*, \check{j}, \check{G}, \check{E}, \check{H}, \check{D}, \check{B}, \check{\mathcal{S}}$ zuordnet.

Bemerkungen.

- (1) Die Grundfunktion G tritt nur im nichtrelativistischen Fall auf.
- (2) Für die Temperatur soll keine Determinationsbeziehung aufgestellt werden, da die thermischen Effekte nur am Rande berücksichtigt werden sollen: Die Temperatur spielt im wesentlichen nur die Rolle eines Parameters. Entsprechendes gilt für die Funktion β :
- (3) Die Intention der Funktion β ist die Klassifikation der Materie auf der Grundlage der Molekülstruktur sowie der intermolekularen Struktur (Kristallstruktur etc). Der Stellenwert ist folgender. Die Determinationen des Spannungstensors, der Ladungs- und Stromdichte sowie der elektromagnetischen Feldfunktionen sind nicht invariant bezüglich der Stoffart der Materie. Die mit der Funktion β ausdrückbaren Klassifikationen sollen nun derart sein, daß die Determinationen bezüglich spezieller Klassen invariant sind. Eine explizite und adäquate Definition dieser Funktion wirft einige Probleme auf^{*2}, so daß hier darauf verzichtet werden soll. Insbesondere genügt es nicht, die 'verschiedene Materie' durch Zahlen zu klassifizieren, da z.B. die Orientierungen der Gitterstrukturen wichtig sind. Abgesehen davon ist der Definitionsbereich problematisch. Die Funktion soll hier nur so weit spezifiziert werden, daß ihr Definitionsbereich als die Menge aller Kontinuums-Körper CK über die Zeit $\mathbb{R}$ und der Wertebereich als Teilmenge der ganzen Zahlen festgelegt wird. Die Richtungsorientierung ist damit nicht erfaßt.
- (4) Die abstrakte sinnliche Basis von Raum und Zeit ist reine Ausdehnung und reine Dauer: Die Negation der absoluten Endlichkeit bzw Begrenztheit in der Anschauung und Vorstellung. Gemäß dieser sinnlichen Basis

*1) $\mathcal{S}$ ist die kinematische Zustandsfunktion (siehe D2.3).

*2) Es muß eine ganze Systematisierungsebene einbezogen werden.

konstituieren sich Raumzeitgebiete durch realisierbare und überprüfbare Abgrenzungen, d.h. durch die raumzeitlichen Vorgänge. Durch Idealisierungen erhält man aus den(möglichen) Raumzeitgebieten der (möglichen) Ereignisse Raumzeit- oder Weltpunkte und darüberhinaus ein Kontinuum von Weltpunkten, die Mannigfaltigkeit M . In diesem Sinne könnte man Weltpunkte mit möglichen Ereignissen identifizieren. Um nun die faktischen Ereignisse mit Hilfe der zu definierenden Struktur formulieren und den Weltpunkten zuordnen zu können, soll diese Identifikation nicht durchgeführt werden: Den Weltpunkten wird eine fiktive Eigenständigkeit eingeräumt und jedem Weltpunkt eine(u.U. leere) Klasse faktischer Ereignisse (die in dem betreffenden Weltpunkt koinzidieren) zugeordnet^{*1}). Die möglichen Ereignisse werden durch Gesetze bestimmt, die erst durch die Analyse der faktischen Ereignisse gewonnen werden können.

Ferner enthält die abstrakte sinnliche Ebene einen Separierungsaspekt der Raumzeitwelt in Raum und Zeit, der in den spezifischen Charakteristika der Raumzeitkoordinaten sowie ihrer Transformationseigenschaften (Bezugssystemwechsel) zum Ausdruck kommt.

In einigen Axiomatisierungen (z.B. der Elektrodynamik in [1], Kapitel 4) wird die Raummannigfaltigkeit M_3 als differenzierbare Mannigfaltigkeit eingeführt.³

An die Stelle der Raumzeitwelt tritt die Produktmenge $M_3 \times \mathbb{R}$ aus Raumpunkten und Zeitinstanzen. Die Legitimation von objektiven Raumpunkten ist jedoch weitaus komplizierter als die der Raumzeitpunkte.

Relativ zu einem Bezugssystem f läßt sich der Begriff der Gleichzeitigkeit und der Zeitinstanz wie folgt einführen.

D1

1. Gleichzeitigkeitsrelation zwischen Ereignissen.

$$e_1 \sim_f e_2 \iff_{df} e_1, e_2 \in M \wedge f \in \phi \wedge f_4(e_1) = f_4(e_2)$$

$$2. ZI(t, M', f) \iff_{df} f \in \phi \wedge M' \in \overset{M}{\sim}_f^{*2} \wedge f_4(M') = \{t\}$$

(lies: "t ist die Zeitinstanz von M' bezüglich f .")

Bemerkung.

Zeitinstanzen sind somit auf Bezugssysteme relativierte Äquivalenzklassen von Ereignissen. Diese Interpretation geht auf Russell [9] zurück.

*1) Diese Konstruktion wird hier nicht durchgeführt.

*2) Quotientenmenge

3. pr ist eine (Projektions-)Funktion von $\phi \times \mathbb{R} \times \mathcal{P}(M)$ in $\mathcal{P}(M)$, so daß für alle (f, t, M') aus $D_I(\text{pr})$ gilt:
 $\text{pr}_{f,t}(M') = \{e/e \in M' \wedge f(e) = t\}$

4. Ist $\phi' \subseteq \phi$, so ist

$$\mathcal{T}_{\phi'} := \{\psi_{i,j} / \forall f_i, f_j (f_i, f_j \in \phi' \wedge \psi_{i,j} \circ f_i = f_j)\}$$

die Menge aller Bezugssystemtransformationen bezüglich ϕ' .

5. ω ist eine Funktion von $\phi \times P(\hat{CK}) \times \mathbb{R}$ in M :

$$\omega(f, p, t) = e \longleftarrow_{df} \alpha(p) \cap \text{pr}_{f,t}(M) = \{e\}$$

Bemerkung. Aus Axiom (GA3) folgt, daß ω auf ganz ϕ und $\mathbb{R}$ definiert ist.

6. Ist φ_1 eine Funktion von A_1 in $\mathbb{R}^n$ und φ_2 eine Funktion von A_2 in $\mathbb{R}^m$, so ist $[\varphi_1, \varphi_2]$ die Produktfunktion von $A_1 \times A_2$ in $\mathbb{R}^{n+m}$ mit
 $[\varphi_1, \varphi_2](e_1, e_2) = (\varphi_1(e_1), \varphi_2(e_2))$, wobei
 $((x_1, \dots, x_n), (y_1, \dots, y_m))$ mit $(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m)$ identifiziert wird.

2. Grundaxiome. (GA)

(GA1)

$$1. \text{Diff}_4^2(M, \phi) \wedge \phi \notin B_I \subseteq \phi$$

$$2. \hat{CK} \neq \emptyset$$

3. FKT $[\alpha, P(\hat{CK}), \mathcal{P}(M)] \wedge$

$$\bigwedge p, p' (p, p' \in P(\hat{CK}) \wedge p \neq p' \longrightarrow \alpha(p) \cap \alpha(p') = \emptyset) \wedge$$

$$\bigwedge f, t, M', C, p (ZI(t, M', f) \wedge CK(C) \wedge p \in C \longrightarrow \forall! e (M' \cap \alpha(p) = \{e\})) \wedge$$

$$\bigwedge C, f (CK(C) \wedge f \in \phi \longrightarrow \forall \psi, g (BIJ[g, \mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4] \wedge g, g^{-1} \in C^2 \wedge \gamma \in \pi_2 C \wedge f \circ \omega_f \circ [\psi, id]^{-1} = g \upharpoonright (\psi(C) \times \mathbb{R})) \quad *)$$

Bemerkung.

Nach Axiom 3 sind die Weltlinien zweier verschiedener Partikeln disjunkt und die Partikeln können weder verschwinden noch entstehen. Die letzte Bedingung ist sozusagen eine Verträglichkeitsbedingung der Mannigfaltigkeiten der Kontinuumskörper mit der Raumzeitmannigfaltigkeit, aus der sich der folgende Satz ergibt.

Satz 1

1. Für jedes Bezugssystem $f \in \phi$ und jeden Kontinuumskörper $C \in \hat{CK}$ gibt es eine kinematische Darstellung $(C, \{\theta_{f,t}\}_{\mathbb{R}})$ von C , so daß für alle $p \in P(C)$ und $t \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\begin{aligned} \theta_{f,t,i}(p) &= f_i(e) & - i=1,2,3 : \text{räumliche Koordinaten} \\ t &= f_4(e) & : \text{zeitliche Koordinate} \end{aligned}$$

Bezeichnung:

$(C, \{\theta_{f,t}\}_{\mathbb{R}})$ soll als die kinematische Darstellung von C bezüglich f bezeichnet werden.

ω_f bzw. $\mathcal{G}_f$ ist die θ_f korrespondierende Geschwindigkeits- bzw. Beschleunigungsfunktion.

2. Ist f ein Bezugssystem und $(C, \{\theta_{f,t}\}_{\mathbb{R}})$ eine kinematische Darstellung bezüglich f , so ist für alle $p \in P(C)$ $\theta_f(p, t) := \theta_{f,t}(p)$ zweimal stetig differenzierbar.

3. Für alle $C, C' \in \hat{CK}$, $f \in \phi$ und $t \in \mathbb{R}$ gilt:

$$a) C \subseteq C' \iff \alpha(C) \subseteq \alpha(C')$$

$$b) C \subseteq C' \iff \omega_{f,t}(C) \subseteq \omega_{f,t}(C')$$

*) Siehe D1.6; id ist hier die identische Abbildung von $\mathbb{R}$ auf $\mathbb{R}$.

Beweis

zu 1.

Es sei $f \in \Phi$ und $C \in \widehat{CK}$.

Nach Axiom (GA1.3) gibt es ein $\psi \in \pi_2 C$, so daß

$\omega'_f := f \circ \omega_f \circ [\psi, id]^{-1}$ zu einem C^2 -Diffeomorphismus g_f von $\mathbb{R}^4$ auf $\mathbb{R}^4$ erweiterbar ist.

Damit folgt: $\{\theta_{f,t}\}_{\mathbb{R}}$ mit $\theta_{f,t} := \omega'_{f,t} \circ \psi$, da $\omega'_{f,t}$ zu einem C^2 -Diffeomorphismus $g_{f,t}$ von $\mathbb{R}^3$ auf $\mathbb{R}^3$ erweiterbar ist und somit nach DII.2.1 $\omega'_{f,t} \circ \psi \in \pi_2 C$ ist.

zu 2. und 3.

Die zweite Behauptung folgt aus der Eigenschaft der Funktion $\theta_f = \omega'_f \circ [\psi, id]$ - ω'_f ist ein C^2 -Diffeomorphismus - und die dritte aus (GA1.3).

D2

$$1. \text{EB}(M', f) \xleftarrow{\text{df}} f \in \Phi \wedge M' \subseteq M \wedge \forall r (r \in \mathbb{R}^3 \wedge f(M') = \{r\} \times \mathbb{R})$$

(lies: "M' ist eine Ereignisbasis für f.")

Bemerkung.

Bildlich läßt sich eine Ereignisbasis durch die Weltlinien einer Partikel veranschaulichen, die als Meßbasis (Bezugsbasis) angesehen wird. Da der Anfangspunkt der Messung beliebig verschoben werden kann, gibt es auch zu jeder Funktion f beliebig viele Ereignisbasen und umgekehrt zu jeder Ereignisbasis beliebig viele Funktionen $f \in \Phi$. Mit Hilfe des Begriffes der Ereignisbasis läßt sich ein Begriff der idealisierten Bezugsbasis derart einführen, daß die räumliche Orientierung festgelegt ist (z.B. durch drei Ereignisbasen, deren Ortskoordinaten nicht kollinear sind). Die Funktionen $f \in \Phi$ einer solchen Basis sind bis auf Transformationen der Form

$$(x, t) \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + (x_0, t_0), \text{ wobei } Q \text{ eine orthogonale } (3,3)\text{-}$$

Matrix und $(x_0, t_0) \in \mathbb{R}^4$ ist, festgelegt. Jeder realen

(materiellen) Bezugsbasis kann nun eine idealisierte zugeordnet werden. Von dieser Konstruktion soll hier weiter

kein Gebrauch gemacht werden; es sollen der Kürze halber die Funktionen aus Φ mit den Bezugssystemen identifiziert werden.

$$2. f_1 \approx_t f_2 \xleftarrow{df}$$

Es gibt eine orthogonale $(3,3)$ -Matrix Q und einen Vektor $x_0 \in \mathbb{R}^3$, so daß für alle $x \in \mathbb{R}^3$ und $t \in \mathbb{R}$ gilt:

$$f_2 \circ f_1^{-1}(x, t) = (Q(x) + x_0, t)$$

Bemerkung.

Die beiden Bezugssysteme ruhen relativ zueinander; d.h. eine Bezugsbasis von f_1 ist eine Bezugsbasis von f_2 und umgekehrt.

3. ξ ist eine Funktion von $\Phi \times P(\widehat{CK}) \times \mathbb{R}$ in $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$, so daß für alle $f \in \Phi$, $(C, \{\theta_{f,t}\}) \in \widehat{D}_K$, $p \in P(C)$ und $t \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\xi(f, p, t) = (\theta_{f,t}(p), \dot{\theta}_{f,t}(p)) \quad (\text{kinematische Zustandsfunktion})$$

$$\xi_1 := \pi_1 \xi \quad (\text{allgemeine Ortsfunktion})$$

$$\xi_2 := \pi_2 \xi \quad (\text{allgemeine Geschwindigkeitsfunktion})$$

$$4. \Xi_k := \{\beta, T, \rho, S, \rho^*, j, E, H, D, B, (G), \xi\}$$

Für $k=1$ (nichtrelativistischer Fall) soll G in der Menge enthalten und für $k=2$ (relativistischer Fall) soll G nicht enthalten sein. Entsprechendes gilt für die folgenden Abkürzungen. Aus Einfachheitsgründen lassen wir im folgenden den Index "k" weg, wenn die Spezifikation auf einen der beiden Fälle nicht unbedingt notwendig ist.

Bezeichnung:

Die Funktionen aus Ξ_k werden als Grundfunktionen bezeichnet.

$$5. \Xi_k := \{p, s, \dots, \xi\}$$

6. Ξ_f : Menge der auf die Basis $f \in \Phi$ bezogenen Grundfunktionen.

(GA2)

1. FKT] $p, \Phi \times P(\hat{CK}) \times \mathbb{R}, \mathbb{R}^+]$
2. FKT] $s, \Phi \times P(\hat{CK}) \times \mathbb{R}, \mathcal{T}_2^0(\mathbb{R}^3)]$
3. FKT] $p^*, \Phi \times P(\hat{CK}) \times \mathbb{R}, \mathbb{R}]$
4. FKT] $j, \Phi \times P(\hat{CK}) \times \mathbb{R}, \mathbb{R}^3]$
5. FKT] $G, \Phi \times M, \mathbb{R}^3]$
6. FKT] $E, \Phi \times M, \mathbb{R}^3]$
7. FKT] $H, \Phi \times M, \mathbb{R}^3]$
8. FKT] $D, \Phi \times M, \mathbb{R}^3]$
9. FKT] $B, \Phi \times M, \mathbb{R}^3]$
10. FKT] $T, \Phi \times P(\hat{CK}) \times \mathbb{R}, \mathbb{R}_0^+]$
11. FKT] $\beta, \Phi \times \Pi_1(\hat{CK}) \times \mathbb{R}, \mathbb{N}]$
12. Jede dieser Funktionen ist mindestens stückweise stetig und erfüllt hier die in den Fundamentalgesetzen geforderten Differenzierbarkeitseigenschaften.
13. $\wedge h(h \in \Xi \rightarrow B_I \subseteq \Pi_1 D_I(h))$
14. $\checkmark$ ist ein Funktional (Determinationsfunktional), das jedem $\varphi \in \Xi$ eine Funktion $\check{\varphi}$ mit $\text{Det} F(\Xi, \varphi, \check{\varphi})$ zuordnet.

3. Axiome der Raum-Zeit-Metrik (MA).

Die Raumzeitstruktur kann je nach der Wahl von Zusatzaxiomen zur nichtrelativistischen bzw relativistischen verschärft werden.

D3

Für $e, e' \in M$ und $f \in \Phi$ ist

1. $\tau(f, e, e') := f_4(e) - f_4(e')$
2. $\delta(f, e, e') := (\sum_{i=1}^3 (f_i(e) - f_i(e'))^2)^{1/2}$
3. $\mathcal{J}(f, e, e') := (\delta(f, e, e')^2 - c^2 \tau(f, e, e')^2)^{1/2} \quad *)$
4. $za(e, e') \xleftrightarrow{df} e, e' \in M \wedge \forall f (f \in B_I \wedge \mathcal{J}(f, e, e')^2 < 0)$
(lies: "e und e' liegen zeitartig zueinander.")

Bemerkung.

τ ordnet zwei Ereignissen bezüglich f ihre Zeitspanne zu. Die Einschränkung von δ auf Tripel (f, e, e') mit $e \sim_f e'$ ist die Raummetrik von gleichzeitigen Ereignissen und $\mathcal{J}$ ist die relativistische Abstandsfunktion.

Die einzuführenden Axiome sind Invarianzbeziehungen dieser Funktionen bezüglich Bezugssystemtransformationen: Im nichtrelativistischen Fall (MA1) wird die Invarianz von τ und die von δ für gleichzeitige Ereignisse und im relativistischen Fall die Invarianz von $\mathcal{J}$ (für zeitartige Ereignisse) gefordert.

(MA1): nichtrelativistisches Raumzeitaxiom

- (1) $\wedge e_1, e_2, f_1, f_2 (\sum_{i=1}^2 e_i \in M \wedge f_i \in B_I \rightarrow \tau(f_1, e_1, e_2) = \tau(f_2, e_1, e_2))$
- (2) $\wedge e_1, e_2, f_1, f_2 (\sum_{i=1}^2 e_i \in M \wedge f_i \in B_I \wedge e_1 \sim_{f_1} e_2 \rightarrow \delta(f_1, e_1, e_2) = \delta(f_2, e_1, e_2))$

Bemerkung.

Die Relativierung von Axiom (2) auf gleichzeitige Ereignisse ist notwendig, weil der Abstandsbegriff für nicht gleichzeitige Ereignisse sinnlos ist.

*) c ist eine Konstante (Lichtgeschwindigkeit). Für die reellen Wurzeln wird das positive Vorzeichen gewählt.

(MA2): relativistisches Raumzeitaxiom

$$\wedge e_1, e_2, f_1, f_2 \left(\bigwedge_{i=1}^2 e_i = M \wedge f_i \in B_I \wedge za(e_1, e_2) \longrightarrow \right. \\ \left. \mathcal{J}(f_1, e_1, e_2) = \mathcal{J}(f_2, e_1, e_2) \right)$$

Axiom (MA1.1) beinhaltet die universelle Zeit, die Erhaltung der Zeitspannen und Axiom (MA1.2) die Erhaltung der räumlichen Abstände bei Bezugssystemtransformationen innerhalb B_I .

Die Axiome berechtigen zur Einführung einer zweistelligen Zeitspannen-Funktion τ' und einer dreistelligen Distanzfunktion d für gleichzeitige Ereignisse:

- (1) $\tau' := \tau_f$ für beliebiges $f \in B_I$
 (2) $d_t = \delta_f \wedge M'$ mit $ZI(t, M', f)$ und beliebigem $f \in B_I$.^{*)}

Für den relativistischen Fall ist weder τ_f noch δ'_f (δ_f eingeschränkt auf gleichzeitige Ereignisse) transformationsinvariant. Axiom (MA2) bestimmt die Transformationen der Bezugssysteme und somit auch die der Funktionen τ_f und δ'_f .

Satz 2

1. Aus Axiom (MA1) folgt:

Ist $f, f' \in B_I$, so gibt es eine C^2 -Funktion Q von $\mathbb{R}$ in die orthogonalen Transformationen von $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^3$, eine C^2 -Funktion r von $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}^3$, einen Vektor $x_0 \in \mathbb{R}^3$ und eine reelle Zahl t_0 , so daß für alle $(x, t) \in \mathbb{R}^4$ gilt: $f' \circ f^{-1}(x, t) = (Q(t)(x - x_0) + r(t), t + t_0)$.

2. Aus Axiom (MA2) folgt:

Ist $f, f' \in B_I$, so ist die Transformation $(f' \circ f^{-1})$ von f in f' eine Lorentztransformation.

*) [1], [7]

Beweis

Der Beweis der zweiten Behauptung ist relativ umfangreich; er befindet sich in [14]. Für die erste Behauptung erhalten wir:

- (1) Aus $\mathcal{U}(f, e, e') = \mathcal{U}(f', e, e')$ folgt mit $f^{-1}(x, t) = e$ für alle $(x, t) \in \mathbb{R}^4$ (f ist bijektiv) :

$$\pi_4 \circ f' \circ f^{-1}(x, t) = t + t_0 \text{ mit } t_0 = f'^{-1}_4(e) - f_4(e')$$

- (2) Aus $\delta(f, e, e') = \delta(f', e, e')$ folgt mit $\mathcal{U}(f, e, e') = 0$, daß für gleichzeitige Ereignisse die räumlichen Abstände invariant sind. Die allgemeinste Transformation, die für jede Zeitinstanz $t \in \mathbb{R}$ die Menge $\mathbb{R}^3 \times \{t\} = f(M')$ mit $ZI(t, M', M)$ unter Erhaltung der Abstände abbildet, besitzt die Form $Q(t)(x - x_0) + r(t) = \pi_{N(3)} \circ f' \circ f^{-1}(x, t)$. Dabei ist $Q(t)$ eine orthogonale Transformation und $r(t)$ und x_0 sind Vektoren. Da ferner nach Definition $f' \circ f^{-1}$ eine G^2 -Funktion ist, folgt die Behauptung.

Gemäß dieses Satzes folgen aus Axiom (MA2) sofort die Lorentztransformationen, während sich die Galileitransformationen aus Axiom (MA1) nur im Zusammenhang mit den Isolationsbedingungen bzw den Raumzeitinvarianzen ergeben: Diese sind nur dann erfüllt, wenn $Q(t)$ eine konstante Funktion und $r(t)$ eine lineare Funktion ist (keine Beschleunigung!). Die Inertialsysteme selbst können in beiden Fällen nur empirisch mittels der Determinationen und Isolationsbedingungen ermittelt werden.

Die Galilei- bzw Lorentztransformationen sind affine Transformationen des $\mathbb{R}^4$ von der Form

$$T_G(x, t) = (x', t') = (x, t)G + (x_0, t_0) \quad \text{bzw}$$

$$T_L(x, t) = (x', t') = (x, t)L + (x_0, t_0), \text{ wobei } G \text{ und } L$$

nichtsinguläre $(4,4)$ -Matrizen sind und $(x_0, t_0) \in \mathbb{R}^4$ (Translation) ist. Die Matrizen G (Galileimatrix) und L (Lorentzmatrix) besitzen die Form

$$G = \begin{pmatrix} Q & 0 \\ V & 1 \end{pmatrix} \quad \text{bzw}$$

$$L = \begin{pmatrix} D & 0 \\ 0 & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma & -\gamma V^* C^{-2} \\ -\gamma V & \gamma \end{pmatrix}$$

Dabei sind Q und D orthogonale $(3,3)$ -Matrizen, $V \in \mathbb{R}^3$ (Relativgeschwindigkeit), $\gamma = (1 - V^2 C^{-2})^{-1/2}$, $\delta^2 = 1$ und

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1 + (\gamma - 1) V_1^2 V^{-2} & (\gamma - 1) V_1 V_2 V^{-2} & (\gamma - 1) V_1 V_3 V^{-2} \\ (\gamma - 1) V_1 V_2 V^{-2} & 1 + (\gamma - 1) V_2^2 V^{-2} & (\gamma - 1) V_2 V_3 V^{-2} \\ (\gamma - 1) V_1 V_3 V^{-2} & (\gamma - 1) V_2 V_3 V^{-2} & 1 + (\gamma - 1) V_3^2 V^{-2} \end{pmatrix}$$

Für $\delta = -1$ erhalten wir die Umkehrung der Zeitrichtung.

Satz 3

Die Menge aller Galileitransformationen $\{T_G\}$ bzw Lorentztransformationen $\{T_L\}$ bildet bezüglich der Kompositionsoperation eine Gruppe, die Galileigruppe bzw Lorentzgruppe.

4. Determinationsaxiome (DA)

Mit Hilfe der in II.2 beschriebenen Struktur der Determinationsbeziehungen sollen nun durch Determinationsaxiome Beziehungen zwischen den Grundfunktionen aufgestellt werden, die bezüglich der Raumzeitstellen (Welt-

punkte) bzw Partikeln und Zeitinstanzen invariant sind und außerdem einige charakteristische einschränkende Bedingungen erfüllen, die sich nach ihrem Stellenwert innerhalb der Theorie klassifizieren lassen. Gebietsweise werden die Determinationen je nach den Eigenschaften der determinierenden Funktionen spezifische Charakteristika aufweisen, die zur Einführung spezieller Systemarten Anlaß geben (Kapitel IV).

Die hier eingeführten Strukturen sind derart allgemein gehalten, daß sie für den nichtrelativistischen und den relativistischen Fall bis auf die Aussparung der Gravitation im relativistischen Fall übereinstimmen.

Zunächst einige Hilfsdefinitionen:

D4

1. λ_k ist eine Indizierungsfunktion von $I_k = \{1, 2, \dots, (12)\}$ in Ξ_k , wobei die Zahlen in der in D2.4 aufgeführten Reihenfolge zugeordnet werden sollen.
2. $\bar{I}_k = \{3, \dots, (12)\}$ ist die Indexmenge für $\bar{\Xi}$.
3. z ist eine Funktion von $\phi \times (MU(P(\hat{CK}) \times \mathbb{R}))$ in $\mathbb{R}$:
 $z(f, e) = f_4(e)$ und $z(f, (p, t)) = t$

Für jedes $h \in \bar{\Xi}$ kann nun die Determination folgendermaßen geschrieben werden: $\text{Det}F(\bar{\Xi}, h, \check{h})$.

Diese allgemeinen Beziehungen sollen nun durch Einführung der erwähnten Invarianzen und einschränkenden Bedingungen weiter spezifiziert werden. Dabei soll möglichst in Analogie zu Sneeds Trennung von Strukturkern und erweitertem Strukturkern, d.h von Begriffssystem und den damit ermittelten empirischen Resultaten, die Verschärfung der Determinationsbeziehungen nur so weit durchgeführt werden, daß sie noch zum Begriffssystem gerechnet werden können. Es wird sich allerdings zeigen, daß im Fall der einschrän-

kenden Bedingungen hier keine scharfe Grenze gezogen werden kann. Für eine befriedigende Lösung müssen die in I.3.2 erwähnten, in dieser Rekonstruktion ausgesparten Probleme mit einbezogen werden.

4.1 Raumzeitinvarianzen.

Gemäß Definition DII.4.2 bzw 4.3 spezifizieren wir die Invarianzrelation R_h der Determination einer Funktion h sowie die Familie $\{E_i\}$ von Invarianzeigenschaften.

D5

$$1. R_h((f_1, x_1), (f_2, x_2)) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

Es gibt $\Xi_{f_1}^1, \Xi_{f_2}^2$, so daß gilt:

$$(1) f_1 \approx_t f_2 \wedge \bigwedge_{i=1}^2 h(\Xi_{f_i}^i, (f_i, x_i)) = h(f_i, x_i)$$

(2) ι ist eine Bijektion, die allen Elementen y aus dem Definitionsbereich von $\lambda(i)^1 \in \Xi_{f_1}^1$ ($i \in I$) ein Element z aus dem Definitionsbereich¹ von $\lambda(i)^2_{f_2} \in \Xi_{f_2}^2$ zuordnet.

$$(3) \bigwedge p, t ((p, t) \in D_I(\iota) \cap P(\widehat{GK}) \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathcal{G}_1(f_1, p, t) = \mathcal{G}_1(f_2, \iota_t(p), t)) \wedge \bigwedge e (e \in D_I(\iota) \cap M \longrightarrow f_1(e) = f_2(\iota(e))) \wedge \bigwedge K, t ((K, t) \in D_I(\iota) \cap D_I(\beta_{f_1}) \longrightarrow \mathcal{G}_1(f_1, K, t) = \mathcal{G}_1(f_2, \iota_t(K), t))$$

(4) Für jedes $i \in I$ mit $\lambda(i)^j_{f_1} \in \Xi_{f_1}^j$ und $y_j \in D_I \lambda(i)^j_{f_1}$ ($j=1,2$), so daß $\iota(y_1)=y_2$ ist, gilt:
 $\lambda(i)^1(y_1) = \lambda(i)^2(y_2)$

$$(5) (x_1, x_2 \in P(\widehat{GK}) \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathcal{G}_1(f_1, x_1) = \mathcal{G}_1(f_2, x_2)) \wedge (x_1, x_2 \in M \longrightarrow f_1(x_1) = f_2(x_2))$$

Bemerkung.

Die Definitionsbedingungen (1) bis (4) besagen, daß die Determinationsursachen - ausgedrückt durch die Funktionen aus Ξ^1 - sich nur durch 'raumzeitliche Verschiebungen' unterscheiden, was durch geeignete Wahl von zwei zueinander ruhenden Koordinatensystemen f_1 und f_2 mit einer geeigneten Zeitskalenverschiebung $(f_1 \approx f_2)$ ausgedrückt ist. Axiom (5) liefert die entsprechende Beziehung zwischen Argumenten der Funktion h . Mit der im folgenden definierten Familie von Eigenschaften beinhaltet die Invarianzbeziehung, daß die Determinationswirkung bei gleicher Determinationsursache für gleiche Argumente (gleiche relative Lage und gleiche Zeit) bezüglich der jeweiligen, relativ zueinander ruhenden Bezugssysteme ebenfalls gleich ist.

2. Die Familie der Invarianzeigenschaften ergibt sich zu $E_h^i(f, x) \longleftrightarrow h(f, x) = \alpha_i, \quad \alpha_i \in D_{II}^h$.

4.2 Einschränkende Bedingungen.

Der prinzipielle Status der einschränkenden Bedingungen ist die Spezifizierung der möglichen Einschränkungen Ξ' der determinierenden Funktionen Ξ unter Berücksichtigung der erwähnten Trennung von Begriffssystem und empirischen Resultaten derart, daß die Beziehungen $h(f, x) = \check{h}(\Xi', (f, x))$ erfüllt bleiben.

Wir führen zunächst eine Klassifikation der Bedingungen ein und besprechen anschließend kurz einige konkrete Fälle.

Zeitbedingungen.

Die Zeitbedingungen fordern die kausale Folgebeziehung, daß ein Zustand allein durch frühere oder gleichzeitige Zustände bestimmbar ist. Die Einschränkungseigenschaft dieser Zeitbedingung läßt sich folgendermaßen ausdrücken:

D6

$$Z_h(\Xi', (f, x)) \xleftrightarrow{df}$$

$$\bigwedge h' (h' \in \Xi' \rightarrow \sup z(f, D_I h'_f) \leq z(f, x))$$

(Das Supremum der Zeitinstanzen des Definitionsbereichs der eingeschränkten determinierenden Funktionen h' bezüglich f ist jeweils kleiner oder gleich der Zeitinstanz von x bezüglich f).

Anfangsbedingungen.

In einigen Determinationen treten die determinierten Funktionen selbst wesentlich als determinierende Funktionen auf und zwar als Anfangsbedingungen (z.B. der kinematische Ausgangszustand eines Systems). Damit die Determinationen nicht trivial werden, muß eine geeignete Einschränkungseigenschaft bezüglich der Zeitwerte angegeben werden.

D7

$$A_h(\Xi', (f, x)) \xleftrightarrow{df}$$

$$\forall h', X (h' \in \Xi' \wedge h' = h'X \wedge \sup z(f, D_I(h'_f)) < z(x))$$

Separabilitätsbedingungen.

Zur Determination einer Funktion h werden i.a. nicht alle Funktionen aus Ξ als determinierende Funktionen gebraucht. Die Massefunktion bzw Massendichte z.B. hängt in der nichtrelativistischen Mechanik von keiner Funktion bzw nur von ξ_1 ab, die Kompressionen und Expansionen von Partikelmengen angibt. Diese generelle Unabhängigkeit ist eine Invarianzbeziehung.

D8

$$S_h(\Xi', (f, x,)) \xleftrightarrow{\text{df}} be(\Xi', \Xi \setminus \{\lambda(i) / i \in I' \subset I\})^{*})$$

Die Indexmenge I' ist dabei für die Determination von h charakteristisch.

Bereichseinschränkungen.

Zur Determination des Funktionswertes einer determinierten Funktion h für ein Argument x sind nach Definition DII.4.1 lediglich Einschränkungen der Funktionen aus Ξ notwendig. Diese Einschränkungen können sowohl für alle als auch nur für einige Determinationsfunktionen spezifiziert werden.

D9

$$B_h(\Xi', (f, x)) \xleftrightarrow{\text{df}} E(\{D_I \lambda(i)' / i \in I^* \subseteq I \wedge \lambda(i)' \in \Xi'\}_h(f, x))$$

Bemerkung.

Die Eigenschaft E kann i.a. nicht für die Definitionsbereiche der einzelnen Funktionen separat gefordert werden, da die Beziehung der Bereiche untereinander und insbesondere zu denjenigen der Anfangsbedingung wichtig sind. Die Indexmenge I^* und die Eigenschaft E sind wieder für die spezielle Determination charakteristisch.

Isolationsbedingungen.

Die Isolationsbedingungen für die (bereichseingeschränkten) determinierenden Funktionsmengen liefern Charakteristika der determinierten Funktion h innerhalb einer Zeitspanne, die als 'Nichtbeeinflussung' der durch h metrisierten Größe interpretierbar sind: Die durch h metrisierte Größe kann dann in diesem Zeitintervall als

*) Siehe DII.3.3

isoliert betrachtet werden. Die im folgenden definierten Prädikate können also im Zusammenhang mit den Determinationsbeziehungen als eine Teil-Explikation des Begriffs der 'Nichtbeeinflussung' oder 'Isolation' aufgefaßt werden.

Streng genommen werden in den Isolationsbedingungen **zwei Bedingungen** zusammengefaßt; nämlich einmal solche, bei denen die betreffende determinierte Funktion h den Funktionswert Null besitzt und zum anderen Bedingungen, die sich auf die Konstanz der Funktion bzw auf das Verschwinden ihrer Ableitung beziehen. Sie sollen hier aber nicht weiter unterschieden werden.

D10

$$(1) I_h(\Xi', (f, x)) \xleftrightarrow{df} C_1(\Xi'_f) \wedge f \in B_I \rightarrow \dot{h}(f, x) = \bar{0} \quad *)$$

$$(2) I'_h(\Xi', (f, x)) \xleftrightarrow{df} C_2(\Xi'_f) \wedge f \in B_I \rightarrow h(f, x) = \bar{0}$$

Die beiden ersten Arten von einschränkenden Bedingungen -die Zeit- und Anfangsbedingungen- lassen sich leicht als zum Begriffssystem gehörig ausweisen; denn sie müssen erfüllt sein, wenn der Determinationsbegriff nicht inadäquat werden soll. Die anderen Arten lassen sich nicht so einfach von empirischen Resultaten trennen, doch gibt es auch hier einige wichtige Fälle, die zum Begriffssystem gerechnet werden sollten. Z.B. liefern die Isolationsbedingungen fundamentale Beziehungen zwischen den Inertialsystemen und den Determinationen.

Im folgenden sollen einige wichtige Fälle skizziert werden, die jedoch keinen Anspruch auf Vollständigkeit stellen. Anfangsbedingungen brauchen dabei nicht weiter betrachtet zu werden.

*) Ist h die kinematische Zustandsfunktion ζ , so muß " ζ_2 " anstatt " g " eingesetzt werden. Die Punktnotation soll hier eine unspezifizierte Zeitableitung bedeuten, z.B. die partielle Ableitung nach der Zeit oder die substantielle Ableitung.

Kinematische Zustandsfunktion.

Unter Beachtung der Separabilitätsbedingung -die durch die Indexmenge $I'=I$ spezifizierbar ist- erhalten wir die Determination $\text{Det}F(\{P, S, P^*, j, G, E, H, D, B, \zeta\}, \xi, \xi) *$). Dabei ist die Materialklassifikationsfunktion und die Temperatur eliminiert worden; die Elimination elektrodynamischer Funktionen soll hier als empirisches Resultat angesehen werden.

Für die Bereichseinschränkungen sind die Eigenschaften E_i zu spezifizieren. Hierfür ist die Anfangsbedingung wesentlich. Soll ξ für eine Partikel p zum Zeitpunkt t determiniert werden, so kann die Anfangsbedingung auf die Partikel p und zu einem Zeitpunkt $t_0 < t$ beschränkt werden. Die Zeitintervalle der determinierenden Funktionen müssen dann das Intervall $[t_0, t]$ umfassen. Wird für die determinierenden Funktionen nicht vorausgesetzt, daß keine Ableitungen von ihnen in ξ eingehen, so ist zu fordern, daß die Funktionen für jeden Zeitpunkt $t \in [t_0, t]$ in einer beliebigen Umgebung der Partikel p bzw des Raumzeitpunktes $\omega_{f,t}(p)$ bekannt sein müssen, anderenfalls nur für p bzw $\omega_{f,t}(p)$.

Für die Isolationsbedingungen erhalten wir zwei Fälle des ersten Typs (D10.1), die beide dem Verschwinden der resultierenden Kraft entsprechen und zwar einmal für den Fall, daß die Kraftursachen verschwinden^{*)} und zum anderen, wenn sich die Kraftkomponenten aufheben.

1. Fall

$$C_1(\{G', E', H', D', B', P', S', P^{*'}, j', \zeta'\}) \xleftarrow{\text{df}}$$

- (1) Der Funktionswert von $G', \dots, B'$ ist an der Stelle $(f, \omega(f, t, p))$ Null.
- (2) Der Funktionswert von $(P^{*'}, j'$ und $\text{div} S'$ ist an der Stelle (f, p, t) Null.

^{*)} Im relativistischen Fall kommt die Funktion G nicht vor. Wir setzen diese Modifikation im folgenden stillschweigend voraus.

^{*)} Die Bedingung kann dahingehend liberalisiert werden, daß nur Teilursachen verschwinden, z.B. anstelle des elektrischen Feldes und der Ladung nur eines von beiden.

2. Fall

$$C^1_1(\Xi') \xleftrightarrow{df}$$

$$\forall p', g', \Xi'_1, \Xi'_2 (p', g' \in \Xi' \wedge \Xi'_1 \cap \Xi'_2 = \{p', g'\} \wedge$$

$$\Xi'_1 \cup \Xi'_2 = \Xi' \wedge \bigwedge_{i=1}^2 ((\Xi'_i(f, p, t)) \in D_I \check{\xi}) \wedge$$

$$\frac{d}{dt} \check{\xi}_2(\Xi'_1(f, p, t)) = - \frac{d}{dt} \check{\xi}_2(\Xi'_2(f, p, t))$$

Bemerkung.

Der zweite Fall der Isolationsbedingungen schließt kein Superpositionsgesetz, sondern vielmehr ein allgemeines Symmetrieprinzip ein, das in einer vollständigeren Rekonstruktion expliziert werden müßte.

Spannungstensor.

Bei mechanischen Wechselwirkungen hängt der Spannungstensor ausschließlich von der Bewegung der Partikeln und dem betreffenden Material ab. Da nun Spannungen auf Molekülkräfte zurückführbar sind und elektromagnetische Felder Wirkungen (Polarisierungen, Spinausrichtungen) auf diese Moleküle ausüben, könnten prinzipiell die Spannungen auch von den elektromagnetischen Wechselwirkungen abhängen. Die Indexmenge der Separabilitätsbedingungen ergibt sich aus der Determination

$$\text{Det}F(\{T, \beta, \rho^*, j, E, H, D, B, \xi, S\}, S, \check{S}).$$

Da die intermolekularen Kräfte sehr geringe Reichweiten besitzen, führt man für die Spannungsdetermination das Prinzip der lokalen Wirkung^{*)} ein. Die determinierenden Funktionen können also auf eine beliebige Umgebung der betreffenden Partikel bzw des jeweiligen Koinzidenzpunktes eingeschränkt werden. Ist t_0 der Zeitpunkt der Anfangsbedingung, so muß für die Bereichseinschränkung das Zeitgebiet der determinierenden Funktionen das Intervall $[t_0, t]$ umfassen, wenn S für den Zeitpunkt t deter-

*) [15], Seite 56

miniert werden soll.

Für die Eigenschaft C_1 der einfachsten Isolationsbedingung des ersten Typs gilt: Die zeitlichen Ableitungen der determinierenden Funktionen außer von β , der Anfangsbedingung und ξ sowie die zeitliche Ableitung von ξ_2 verschwinden für das Argument (f, p, t) bzw $(f, \omega_{f,t}(p))$.

Massendichte.

Werden -wie üblich- für den nichtrelativistischen Fall die Gravitationseinflüsse ausgeschlossen, so ergibt sich für die Determination der Massendichte $\text{Det}F(\{\rho, \xi_1\}, \rho, \dot{\rho})$ mit einer entsprechenden Zeit-, Anfangs- und Separabilitätsbedingung.

Die Eigenschaft E der Bereichseinschränkung gilt genau dann für $\{\rho', \xi'_1\}$, wenn die Anfangsbedingung ρ' für eine Umgebung der Partikel p zur Zeit t_0 bekannt ist und ξ'_1 die Bewegung der Umgebung von t_0 bis zum Zeitpunkt t der Determination beschreibt. Die einfachste Isolationseigenschaft (für den ersten Typ) C_1 besagt, daß $\frac{d}{dt} \xi_2$ für jede Partikel der Umgebung zum Zeitpunkt t verschwindet.

Im relativistischen Fall hängt die Masse bzw Massendichte vom gesamten Energieinhalt ab, so daß hier als determinierende Funktionen alle jene Funktionen aus Ξ auftreten, die zur Bestimmung der Energie notwendig sind.

Feldstärkefunktionen.

Die Determinationen können folgendermaßen angesetzt werden: $\text{Det}F(\{\rho\}, G, \dot{G})$, $\text{Det}F(\{\beta, T, \rho^*, j, \xi\}, E, \dot{E})$ und entsprechend für H , D und B . Die Bereichseinschränkungen lassen sich nicht so ohne weiteres angeben. Die Felder sind räumlich nicht begrenzt und für die elektromagnetischen Wellen ist sowohl die Zeitabhängigkeit problematisch, die durch β , T und ξ mitbestimmt wird, als auch die Abgrenzung der Raumgebiete. Beide hängen vom Verlauf der Wellen und ihrer Geschwindig-

keit ab. Für all diese Fälle sind die hier betrachteten Bereichseinschränkungen viel zu speziell.

Für die Isolationsbedingungen der elektromagnetischen Felder läßt sich für jeden Typ ein Fall angeben. Entsprechendes gilt im nichtrelativistischen Fall für das Gravitationsfeld.

1. Typ

$$C_1(\{\beta', T', P', j', S'\}) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

β', T', P', j', S' sind zeitlich konstant.

Bemerkung.

Die Konstanz von P' und j' ist für die Konstanz der Felder einsichtig. Wird das Feld an der betreffenden Stelle durch Materie mitbestimmt $-D_i P' \neq 0$, so müssen im allgemeinen auch die anderen drei Bedingungen erfüllt sein, denn mit der Bewegung der Materie sowie der Änderung der für die Felder wesentlichen Materialkonstanten durch Änderung der Temperatur und der chemischen Beschaffenheit der Materie können sich auch in den betreffenden Raumzeitpunkten die Felder ändern.

Für den zweiten Typ zunächst eine Hilfsdefinition:

$$\text{zerl}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$\bigwedge_{i=1}^3 \text{Fkt}(\varepsilon_i) \wedge \bigvee_{i=1,2} (X_1 \cap X_2 = \emptyset \wedge X_1 \cup X_2 = D_I \varepsilon_3 \wedge \bigwedge_{i=1}^2 \varepsilon_i = g_3 \wedge X_i)$$

(lies: "Die Funktionen g_1 und g_2 sind eine Zerlegung der Funktion g_3 .")

2. Typ

$$C_2(\Xi') \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$\bigvee P_1', P_2', P', j_1', j_2', j', \beta', T', S' (\Xi' = \{\beta', T', P', j', S'\} \wedge$$

$$\text{zerl}(\{P_1', P_2'\}, P') \wedge \text{zerl}(\{j_1', j_2'\}, j') \wedge$$

$$\exists(\{\beta', T', P_1', j_1', S'\}, (f, x)) = -\exists(\{\beta', T', P_2', j_2', S'\}, (f, x))$$

$$C_2(\{\beta', T', \rho^*, j', \rho'\}) \xrightarrow{\text{ad}_F} D_I(j'_F) = \partial \wedge D_I(\rho'_F) = \emptyset$$

Ladungsdichte, Stromdichte.

Abschließend soll noch die Determination der Ladungsdichte und Stromdichte skizziert werden:

1. $\text{Det}F(\{\rho^*, \beta, T, S, E, H, B, D\}, j, \check{j})$
2. $\text{Det}F(\{\beta, T, S, E, H, B, D, j, \rho^*\}, \rho^*, \check{\rho})$

Die Bereichseinschränkungen lassen sich durch Umgebungen der Argumente der determinierenden Funktionen angeben und die Isolationsbedingungen durch Eigenschaften der elektromagnetischen Felder und der Funktion β : Aus dem Verschwinden der E- und H- Felder ist auf das Verschwinden der Stromdichte zu schließen und aus dem Verschwinden der Divergenz von D auf das Verschwinden der Ladungsdichte.

4.3 Bezugssysteminvarianz.

Neben der Raumzeitinvarianz der Determinationsbeziehungen ist noch die Unabhängigkeit vom konkreten Bezugssystem zu fordern, was bereits implizit für die Raumzeitinvarianz vorausgesetzt wurde. Physikalisch beinhaltet die Bezugssysteminvarianz bezüglich der Menge der zueinander ruhenden Bezugssysteme, daß die Determinationsbeziehungen unabhängig von der konkreten Raumstelle sind, von der aus die Messungen durchgeführt werden. Außerdem sind noch Invarianzen bezüglich der Transformationen der Grundfunktionen

zum Begriffssystem zu rechnen, auf die hier jedoch nicht eingegangen werden soll.

Zunächst eine Hilfsdefinition:

D11

1. Für alle $f, f' \in \phi$ ist

(1) $A_{f,f'}^1$, eine Funktion von $P(\hat{CK}) \times \mathbb{R}$ in sich mit

$$A_{f,f'}^1(p, t) = (p, t') \xleftarrow{df} \omega(f, p, t) = \omega(f', p, t')$$

$$(2) A_{f,f'}(x) := \begin{cases} A_{f,f'}^1(x), & \text{wenn } x \in P(\hat{CK}) \times \mathbb{R} \\ x, & \text{wenn } x \in M \end{cases}$$

2. $\text{Trf}(\Xi'_{f_2}, \Xi'_{f_1}) \xleftarrow{df}$

$$(1) \bigwedge_{i=1}^2 \text{be}(\Xi'_{f_i}, \Xi'_{f_i}) \star_1$$

$$(2) \Xi'_{f_2} = \left\{ \forall i X (i \in I \wedge \lambda(i)_{f_1} \wedge X \in \Xi'_{f_1} \wedge \gamma = \lambda(i)_{f_2} \wedge (A_{f_1, f_2} X)) \right\}$$

(ließ: " Ξ'_{f_2} ist die transformierte Funktionsmenge von Ξ'_{f_1} ".)

Die Bezugssysteminvarianz der Determinationsbeziehungen ist gleichbedeutend mit der Forminvarianz der Gleichungen $h(X, (f, x)) = h(f, x)$ bei Bezugssystemwechsel. Zur Formulierung der Invarianzen definieren wir unter Verwendung von D11 eine Invarianzrelation und eine Invarianzeigenschaft:

D12

1. $R_{\hat{H}}(\Xi'_{f_1}, (f_1, x_1)), (\Xi'_{f_2}, (f_2, x_2)) \xleftarrow{df}$

$$(1) \bigwedge_{i=1}^2 (\Xi'_{f_i}, (f_i, x)) \in D_I(\check{h}) \wedge f \in B_I$$

$$(2) A_{f_1, f_2}(x_1) = x_2$$

$$(3) \text{Trf}(\Xi'_{f_2}, \Xi'_{f_1})$$

2. $E_{\hat{H}}(\Xi'_{f_1}, (f, x)) \xleftarrow{df} \check{h}(\Xi'_{f_1}, (f, x)) = h(f, x)$

*1/ Siehe DII 3.3

4.4 Die Axiome. (DA)

Für die Determinationen soll nun angenommen werden, daß jede Art der einschränkenden Bedingungen jeweils durch eine Eigenschaft gegeben ist *1).

Die Determinationsaxiome lassen sich für $k=1,2$ jeweils folgendermaßen zusammenfassen:

(DA^k)

$$\Lambda_i(i \in \bar{I}_k \rightarrow$$

$$I \in \text{DetF}(\Xi, \lambda(i), \chi(i), (R_{\lambda(i)}, \{E^j(i)\}), \{A_{\lambda(i)}, S_{\lambda(i)}, B_{\lambda(i)}, I_{\lambda(i)}\}) \wedge \\ \text{INV}(R_{\chi(i)}, \{E_{\chi(i)}\}))$$

Die Inertialsysteme sind durch die bisherigen Axiome noch nicht maximal festgelegt; es brauchen nämlich nicht alle erlaubten Bezugssysteme in B_I enthalten zu sein. Um die Maximierung von B_I zu gewährleisten, stellen wir eine zusätzliche Forderung an die Transformationen $\mathcal{T}_{B_I}$.

D13

$$1. \text{KT}_1(\mathcal{T}) \xleftarrow{\text{df}} \mathcal{T} \in \mathcal{T}_\Phi \wedge$$

$$\wedge e_1, e_2, f(e_1, e_2 \in M \wedge f \in B_I \rightarrow \pi(f, e_1, e_2) = \pi(\mathcal{T} \circ f, e_1, e_2) \wedge \\ (e_1 \sim_I e_2 \rightarrow \delta(f, e_1, e_2) = \delta(\mathcal{T} \circ f, e_1, e_2))) \wedge$$

$$\wedge f, x(f \in B_I \wedge (f, x) \in \mathcal{S}_2 \rightarrow \left| \frac{d}{dt} \mathcal{S}_2(f, x) \right| = \left| \frac{d}{dt} \mathcal{S}_2(\mathcal{T} \circ f, x) \right|)$$

ii 3: " $\mathcal{T}$ ist eine zulässige (nichtrelativistische) Koordinatentransformation."

*1) Mehrere Eigenschaften derselben Art werden zu einer konjunktiv zusammengefaßt.

$$2. \text{KT}_2(\gamma) \xrightarrow{\text{df}} \gamma \in \mathcal{T}_\phi \wedge$$

$$\wedge e_1, e_2, f(e_1, e_2) \in M \wedge f \in B_I \wedge z^a(e_1, e_2) \rightarrow \delta(f, e_1, e_2) = \delta(\gamma \circ f, e_1, e_2))$$

(lies: " γ ist eine zulässige (relativistische) Koordinatentransformation.")

Korollar

Die Menge der Transformationen $\{\gamma/\text{KT}_1(\gamma)\}$ bzw. $\{\gamma/\text{KT}_2(\gamma)\}$ bildet bezüglich Kompositionsoperation eine Galilei- bzw. Lorentzgruppe.

Dies Ergebnis motiviert die Einführung des folgenden (Bezugssystem-)Axioms ($k=1,2$) :

(BA $_k$)

$$\mathcal{T}_{B_I} = \{\gamma/\text{KT}_k(\gamma)\}$$

5. Explizitprädikate.

Es ist oft zweckmäßig, Strukturen durch Definitionen von Explizitprädikaten einzuführen. Der Übersichtlichkeit und Kürze halber soll in den folgenden Definitionen darauf verzichtet werden, die Axiome nochmals ausführlich zu beschreiben. Zunächst wird die Grundstruktur (GS) der Raumzeitwelt, sodann die gesamte Determinationsstruktur (DS) definiert.

D14

1. $GS_k(B_I, \hat{CK}, (M, \phi), \alpha) \xleftrightarrow{\text{df}}$
 Axiom (GA1) und (MAk) ist erfüllt.

Für $k=1$ erhalten wir die nichtrelativistische und für $k=2$ die relativistische Struktur. Entsprechend gilt für die Determinationsstruktur:

2. $DS_k(\Delta) \xleftrightarrow{\text{df}}$

Es gibt $\Xi_k, \forall, B_I, \hat{CK}, (M, \phi), \alpha$, so daß gilt:

$$(1) \Delta = (\Xi_k, \forall, B_I, \hat{CK}, (M, \phi), \alpha)$$

$$(2) GS_k(B_I, \hat{CK}, (M, \phi), \alpha)$$

$$(3) \text{ Es gibt } \beta, T, \rho, \dots, \xi, \text{ so daß}$$

$\Xi_k = \{\beta, T, \rho, \dots, \xi\}$, und Axiom (DAk) und (GA2) erfüllt ist.

$$(4) \mathcal{T}_{B_I} = \{\psi / KT_k(\psi)\}$$

$k=1, 2$

6. Fundamentalgesetze und Theorien im weiteren Sinne.

Der Stellenwert der Determinationsstruktur besteht in der formalen Beschreibung von Systematisierungen (Kapitel IV). Für die Physik sind dagegen die Determinationsbeziehungen

in dieser expliziten Form irrelevant; hier wird die durch bestimmte Fundamentalgesetze definierte Kernstruktur betrachtet, mit der die speziellen Systemarten untersucht und ihre spezifischen Charakteristika und Gesetzmäßigkeiten ermittelt werden derart, daß diese Gesamtstruktur die Struktur der Determinationsbeziehungen besitzt, die andererseits auch für die empirischen Untersuchungen implizit vorausgesetzt wurden.

Die Fundamentalgesetze besitzen im allgemeinen eine Differentialform oder können zumindest in eine solche umgeformt werden (Maxwellsche Gleichungen in Integralform, Variationsprinzipien). Die den Fundamentalgesetzen zugrunde liegende Gleichung setzt sich aus Funktionen zusammen, die mit Hilfe der Grundfunktionen definierbar sind. Für die nichtrelativistische Determinationsstruktur sind die Fundamentalgesetze galileiinvariant und für die relativistische lorentzinvariant.

Im nichtrelativistischen Fall liefert die folgende Cauchysche Bewegungsgleichung ein Fundamentalgesetz der Kontinuumsmechanik:

$$(G1) \operatorname{div} S_f(p, t) + P_f(p, t) \check{P}_f(p, t) = \rho_f(p, t) \frac{d}{dt} \xi_{2, f}(p, t)$$

Die definierbaren Funktionen sind $\operatorname{div} S$, ρ (trivialerweise), $\frac{d}{dt} \xi_2$ und die resultierende Kraftdichtefunktion $\check{P}$ der äußeren Kräfte. Mit Hilfe der Determinationen für ρ , S und ξ läßt sich eine Determinationsfunktion von $\check{P}$ angeben. Die empirische Bestimmung der Determinationsfunktion $\check{P}$ liefert die speziellen Kraftgesetze.

Das vollständige, mittels der Gleichung (G1) formulierte Gesetz ist eine Allquantifikation über alle $(p, t) \in P(\hat{OK}) \times \mathbb{R}$ und $f \in B_I^{(*)}$, für die die betreffenden Funktionen die notwendigen Differenzierbarkeitseigenschaften besitzen. Neben dieser Formulierung mittels Dichtefunktionen und Spannungstensor ist eine äquivalente Formulierung mittels

^{*)} Auf krummlinige Koordinaten soll hier nicht eingegangen werden.

Masse-, Kraft- und Impulsfunktionen möglich, die mit der für starre Körper identisch ist ^{*A)}).

Die Cauchysche Gleichung ist galileiinvariant. Es ist daher nicht möglich, zusätzlich noch die Maxwell'schen Gleichungen in der üblichen Form für die elektromagnetischen Systematisierungen hinzuzufügen, da diese lorentzinvariant sind; sie bilden ein Fundamentalgesetz der relativistischen Struktur. Für die elektromagnetischen Systematisierungen müssen deshalb die Maxwell'schen Gleichungen derart modifiziert werden, daß sie ebenfalls galileiinvariant werden. Eine mögliche galileiinvariante Modifikation -die in [10], Seite 79 bis 87 hergeleitet wird- besteht darin, das Verschiebungsglied der Maxwell'schen Gleichungen wegzulassen. Für den Fall des homogenen isotropen Mediums können die Maxwell'schen Gleichungen in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \text{(G2)} \quad \text{rot} \mathbf{E}_f(\mathbf{x}) &= - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}_f(\mathbf{x}) \\ \text{rot} \mathbf{H}_f(\mathbf{x}) &= - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}_f(\mathbf{x}) + \frac{4\pi}{c} \tilde{\mathbf{j}}_f(\mathbf{x}) \\ \text{div} \mathbf{B}_f(\mathbf{x}) &= 0, \quad \text{div} \mathbf{D}_f(\mathbf{x}) = 4\pi \tilde{\rho}_f^*(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

Dabei ist

$$\tilde{\rho}_f^*(\mathbf{x}) := \begin{cases} \rho_f^*(\omega_{f,t}^{-1}(\mathbf{x})), & \text{wenn es ein } p \in P(\hat{G}K) \text{ mit } \omega_{f,t}(p) = \mathbf{x} \\ & \text{gibt,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Entsprechend ist die Funktion $\tilde{\mathbf{j}}_f$ definiert.

Die Maxwell'schen Gleichungen lassen sich auch in anderer Form -z.B. in Integralform- einführen. Für eine Kombination mit der relativistischen Kontinuumsmechanik und insbesondere bei Einbeziehung anisotroper und inhomogener Medien bietet sich eine tensorielle Formulierung an. Hierzu müssen die üblichen Vektoren und die Tensoren über dreidimensionale Vektorräume in solche über vierdimensionale umgeschrieben werden. Ferner werden zwei Feld-

^{*A)} Siehe [6], Seite 272

tensoren $F=(E,B)$ und $\mathcal{G}=(D,H)$ *) durch die Dreiervektoren E und B bzw D und H sowie der gesamte Energie-Impuls-Tensor $\mathcal{T}=\mathcal{T}_m+\mathcal{T}_e$, bestehend aus einem mechanischen Anteil $\mathcal{T}_m$ und einem elektromagnetischen Anteil $\mathcal{T}_e$, definiert. Die Maxwell'schen Gleichungen sowie die Bewegungsgleichungen ergeben sich dann zu :

$$(G3) \quad \partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} = 0, \quad \text{bzw: } \text{rot} F = 0$$

$$\partial_\nu \mathcal{G}^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} J^\mu, \quad \text{bzw: } \text{div } \mathcal{G} = \frac{4\pi}{c} j$$

$$(G4) \quad \partial_\mu \mathcal{T}^{\lambda\mu} = \frac{1}{c^2} K$$

Dabei ist J der Stromvierervektor und K der Kraftvierervektor.

Fügen wir zu den Axiomen (GA), (DA) und (MA) noch jeweils geeignete Fundamentalgesetze hinzu, so erhalten wir einen Theoriebegriff im weiteren Sinne.

Zur Einführung eines Explizitprädikates sollen die Fundamentalgesetze mit G_j^k ($k=1,2$) abgekürzt werden. Sie entstehen aus den Gleichungen durch Allschluß über alle Argumente, in denen die entsprechenden Stetigkeits- und Differenzierbarkeitsbedingungen erfüllt sind. Mit $k=1$ werden dabei die galileiinvarianten und mit $k=2$ die lorentzinvarianten Gesetze bezeichnet.

D15

$$\text{Th}_k(\Delta, \{G_j^k\}_J) \xleftrightarrow{\text{df}} \text{Th}_k(\Delta, \{G_j^k\}_J)$$

$$(1) \quad \text{DS}_k(\Delta)$$

$$(2) \quad \bigwedge_{j \in J} G_j^k$$

(lies: " $(\Delta, \{G_j^k\}_J)$ ist eine Theorie im weiteren Sinne.")

Bemerkung.

Die Lesart ist etwas irreführend, da hier ganz bestimmte Theorien definiert werden, was durch eine genauere Bezeich-

*) [3], Kapitel VII und [1], Kapitel 4

nung zum Ausdruck gebracht werden könnte. Neben den angeführten Fundamentalgesetzen könnten auch andere, auch nichtäquivalente Fundamentalgesetze verwendet werden, die z.B. zu Teiltheorien führen.

IV Systematisierungen.

Der intuitive Hintergrund der Systematisierungen auf der Grundlage der Determinationsstruktur bzw Theorie im weiteren Sinne ist der Übergang von der kontingenten Vielfalt zum Gesetzmäßigen. Daher nimmt der Begriff der Gesetzesartigkeit innerhalb der Systematisierungen einen zentralen Stellenwert ein, für dessen Explikation diese Rekonstruktion nicht vollständig genug ist (siehe IV.5). Allgemein sollen hier die Spezifikationen der Determinationsbeziehungen, die Einführung von Klassifikationen und Invarianzen, die Formulierung von Meßbeziehungen und Konstitutionsklassen (IV.5) als Systematisierungen bezeichnet werden. Von diesen Systematisierungen sollen hier einige behandelt werden, die auch für die 'höheren' Systematisierungen wie z.B. die Erklärung wesentlich sind.

1. Problem der Aussonderung von Modellen.

Sowohl die Determinationsstrukturen als auch die Theorien im weiteren Sinne lassen noch beliebig viele Modelle mit intendierten Interpretationen zu, die empirisch unzulässig sind, weil sie mit den Phänomenen, die durch die Struktur systematisiert werden sollen, nicht in Einklang stehen. Es besteht somit die Aufgabe -unter Verwendung der Fundamentalgesetze- die empirisch zulässigen Modelle zu bestimmen bzw aus der Menge der theoretisch möglichen auszuson-

dern. Letzteres ist im Prinzip das Vorgehen von Noll in [7] und Sneed in [11], wobei Sneed im Gegensatz zu Noll die möglichen Modelle dadurch einschränkt, daß für die T-nichttheoretischen Funktionen bereits die empirisch zulässigen angenommen werden. Von dieser Einschränkung soll hier abstrahiert werden, da bereits für die Bestimmung der Inertialsysteme die im Sinne Sneeds T-theoretischen Funktionen einbezogen werden müssen.

Die Aussonderung der empirisch zulässigen Modelle vollzieht sich auf der Grundlage der Messung. Außer den Grundfunktionen müssen noch diejenigen Determinationsbeziehungen ermittelt werden, die nicht aus den Fundamentalgesetzen folgen. Hierzu ist es notwendig, geeignete Systemklassifikationen einzuführen, für die jeweils die Determinationsbeziehungen (spezielle Gesetze) bestimmt werden können. Zur Formulierung spielen die Konstitutionsklassen eine wesentliche Rolle.

Die Abhängigkeit der Gesetze von der Materieart liefert die Grundlage zur Einführung von Materieklassifikationen.

2. Systeme und Determinationsketten.

Der allgemeine Systembegriff bezieht sich auf die grundlegenden 'Entitäten'. Hierzu gehören einmal die materiellen Körper und zum anderen die Raumzeitgebiete. Beide Entitäten sollen hier durch geeignete Punktmengen dargestellt werden, die Partikelmengen der Kontinuumskörper und Teilmengen des Raumzeitkontinuums M .

71

1. $OM(X)$

X ist eine offene Menge der induzierten Topologie auf der Raumzeitmanigfaltigkeit M .

Bemerkung.

Für die Bereiche der Systeme (Systembereiche) werden ganz allgemein die offenen Mengen der Topologie auf M verwendet. Eine Einschränkung kann sinnvoll nur unter Verwendung

der Begriffe der Theorie durchgeführt werden, in dem z.B. mit Hilfe Determinationsbeziehungen spezielle Systemklassen eingeführt werden. Die Determinationsursachen legen dabei spezielle Eigenschaften der offenen Mengen fest.

$$2. M(\{\pi_1 c_i\}, \mathcal{G}) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$\{\pi_1 c_i\} \subseteq \pi_1 \hat{CK} \wedge SB(\mathcal{G}) \wedge \bigwedge p(p \in P\{c_i\} \rightarrow \alpha(p) \cap \mathcal{G} \neq \emptyset)$$

(lies: " $\{\pi_1 c_i\}$ ist ein Materiebereich bezüglich $\mathcal{G}$.")

$$3. VM(\{\pi_1 c_i\}, \mathcal{G}) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$(1) M(\{\pi_1 c_i\}, \mathcal{G})$$

$$(2) \bigwedge p(p \in P(\hat{CK} \setminus \{c_i\}) \rightarrow \alpha(p) \cap \mathcal{G} = \emptyset)$$

(lies: " $\{\pi_1 c_i\}$ ist der vollständige Materiebereich von $\mathcal{G}$.")

$$4. \text{Syst}(\mathcal{G}) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$\forall \{\pi_1 c_i\}, \mathcal{G} (VM(\{\pi_1 c_i\}, \mathcal{G}) \wedge \mathcal{G} = (\{\pi_1 c_i\}, \mathcal{G}))$$

(lies: " $\mathcal{G}$ ist ein System.")

$$5. \mathcal{G}_1 \equiv \mathcal{G}_2 \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$\bigwedge_{i=1}^2 \text{Syst}(\mathcal{G}_i) \wedge \bigwedge K(K \in \pi_1 \mathcal{G}_1 \rightarrow \forall K'(K' \in \pi_1 \mathcal{G}_2 \wedge K \subseteq K')) \wedge \pi_2 \mathcal{G}_1 \subseteq \pi_2 \mathcal{G}_2$$

(lies: " $\mathcal{G}_1$ ist ein Teilsystem von $\mathcal{G}_2$.")

Bemerkung.

Die Relation $\equiv$ ist transitiv und reflexiv.

Die Systeme sind im allgemeinen nur in Hinsicht auf bestimmte Determinationen und ihre charakteristischen Eigenschaften interessant. In den folgenden Definitionen sollen einige von diesen Beziehungen im Zusammenhang mit Determinationsketten eingeführt werden. Zunächst einige Abkürzungen:

$h \upharpoonright \mathcal{G}$: Einschränkung der Funktion h auf den bezüglich eines Bezugssystems durch $\mathcal{G}$ bestimmten Definitionsbereich - Partikelmenge und Zeitintervall bzw Raumzeitgebiet.

$\exists \upharpoonright \mathcal{G}$: Jede Funktion aus $\exists$ wird auf $\mathcal{G}$ eingeschränkt.

$\tilde{I}_k$: $\{7, 8, 9, 10, (11)\}$; Menge der Indexzahlen der Funktionen E, H, D, B (und G im nichtrelativistischen Fall).

D2

1. $\text{DSyst}(\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, I') \xleftarrow{\text{df}}$

$$(1) \bigwedge_{i=1}^2 \text{Syst}(\mathcal{G}_i) \wedge \mathcal{G}_2 \subseteq \mathcal{G}_1 \wedge I' \subseteq \bar{I}$$

$$(2) \bigwedge i \forall \Xi' (i \in I' \rightarrow \text{be}(\Xi', \exists \upharpoonright \mathcal{G}_1) \wedge \text{DetF}(\Xi', \lambda(i) \upharpoonright \mathcal{G}_2, \lambda \check{i})) \wedge \bigwedge_{k \in I} \forall X (\lambda(k) \wedge X \in \Xi' \wedge \text{DetF}(\Xi \upharpoonright \mathcal{G}_1, \lambda(k) \wedge X, \lambda \check{k}))$$

(lies: " $\mathcal{G}_1$ ist ein determinierendes System für $\mathcal{G}_2$ bzgl I' ".)

Bemerkung.

Das determinierende System $\mathcal{G}_1$ liefert für jede Determination bezüglich $\lambda(i)$ ($i \in I'$) eingeschränkt auf $\mathcal{G}_2$ den Einschränkungsbereich der determinierenden Funktionen. Zusätzlich wird gefordert, daß eventuell vorhandene und als determinierende Funktionen auftretende Felder ebenfalls durch Funktionen determiniert sind, die auf $\mathcal{G}_1$ eingeschränkt werden können.

In dieser Definition ist der Spezialfall $\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_2$ enthalten. Hieraus folgt jedoch nicht die Abgeschlossenheit bzw Vollständigkeit von $\mathcal{G}_2$ gegenüber den 'Determinationsursachen' in dem Sinne, daß eine Iteration der Determinationen bezüglich der jeweils auftretenden determinierenden Funktionen (außer β , T und den Anfangsbedingungen) stets auf $\mathcal{G}_2$ beschränkte determinierende Funktionen besitzt. Die folgende Definition führt diesen Spezialfall

ein und mit Hilfe der sich anschließenden Definitionen der Determinations-Ketten und -Bäume soll dann die Vollständigkeit bezüglich iterierter Determinationen ausgedrückt werden.

$$2. \text{VSyst}_0(\mathcal{C}, I') \xleftrightarrow{\text{df}} \text{DSyst}(\mathcal{C}, \mathcal{C}, I')$$

(lies: " $\mathcal{C}$ ist ein vollständiges System bezüglich I' im schwachen Sinne.")

$$3. \text{DetK}(\Omega) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

Es gibt $(\Xi^0, \mathcal{C}_0, i_0), \dots, (\Xi^n, \mathcal{C}_n, i_n)$, so daß gilt:

$$(1) \Omega = ((\Xi^0, \mathcal{C}_0, i_0), \dots, (\Xi^n, \mathcal{C}_n, i_n))$$

$$(2) \bigwedge_{r=0}^n (\text{be}(\Xi^r, \Xi) \wedge i_r \in \bar{I} \wedge \text{Syst}(\mathcal{C}_r) \wedge \text{DetF}(\Xi^r, \lambda(i_r) \cap \mathcal{C}_r, \lambda(i_r)))$$

$$(3) \bigwedge_{r=0}^{n-1} \forall X (\lambda(i_r) \wedge X \in \Xi^{r+1} \wedge \lambda(i_r) \wedge X \subseteq \lambda(i_r) \cap \mathcal{C}_r)$$

(lies: " Ω ist eine Determinationskette.")

Bemerkung.

In einer Determinationskette bildet jedes Glied (außer dem Endglied) eine Determination einer determinierenden Funktion des darauffolgenden Gliedes. Ein Determinationsbaum besteht aus ineinanderlaufenden Determinationsketten derart, daß für alle determinierenden Funktionen (außer β , T und eventuell den Anfangsbedingungen) der Determinationen (Glieder) der Ketten -die keine Endglieder sind- eine Determination einer u.U. anderen Kette vorhanden ist, die ab diesem Glied mit der ersten Kette übereinstimmt.

$$4. \text{DetB}(\{\Omega_k\}_K) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$(1) \bigwedge_{k \in K} \text{DetK}(\Omega_k)$$

$$(2) \forall Z \wedge \Omega (\Omega \in \{\Omega_k\}_K \rightarrow \pi_{\ln(\Omega)}(\Omega) = Z)$$

$$(3) \wedge \Omega, 1, i, X \forall i' \Omega', 1' (\Omega \in \{\Omega_k\}_K \wedge 1 < 1' \leq \ln(\Omega) \wedge i \in \bar{I} \wedge$$

$$i \neq \pi_3 \pi_1 \Omega \wedge \lambda(i) \wedge X \in \pi_1 \pi_1 \Omega \rightarrow 1' \leq \ln(\Omega') \wedge \pi_3 \pi_1 (\Omega') = i \wedge$$

$$\lambda(i) \wedge X \subseteq \lambda(i) \cap (\pi_2 \pi_1 (\Omega')) \wedge \ln(\Omega) - 1 = \ln(\Omega') - 1' \wedge$$

$$\bigwedge_{n=+1}^{\ln(\Omega)-1} \pi_{n+1}(\Omega) = \pi_{n+1}(\Omega')$$

(lies: " $\{\Omega_k\}_K$ ist ein Determinationsbaum.")

Bemerkungen.

- (1) Axiom (2) besagt, daß alle Determinationsketten ein gemeinsames Endglied -Basisglied des Baumes- besitzen.
- (2) Für jede determinierende Funktion $\lambda(i) \wedge X$ ($i \neq 0, 1$) - die keine Anfangsbedingung liefert ($i \neq \pi_1 \pi_1(\Omega)$) - eines Gliedes $(\pi_1 \Omega)$ einer beliebigen Kette Ω - das kein Endglied ist ($i < 1$) - gibt es genau ein Glied $\pi_1(\Omega')$ von genau einer Kette Ω' , deren determinierte Funktion $(\lambda(i) \wedge (\pi_1 \pi_1(\Omega')))$ die Funktion $\lambda(i) \wedge X$ bestimmt, so daß Ω' und Ω ab dem $l+1$ -ten Glied von Ω und dem $l'+1$ -ten Glied von Ω' identisch sind. (Die Ketten laufen hier zusammen.)

Um nun das Problem der iterierten Determinationsvollständigkeit von Systemen angehen zu können, muß noch die Frage nach den legitimen Anfangsgliedern der Determinationsketten in diesen Fällen beantwortet werden: Wenn für diese Systeme die Bereiche sämtlicher determinierender Funktionen nicht über den durch das System $\mathcal{G}$ bestimmten Bereich hinausgehen sollen, so müssen sich die auf diesen Bereich definierten Einschränkungen der Funktionen aus Ξ gegenseitig determinieren. Für diese Systeme gibt es dann einen Determinationsbaum, dessen Endpunkte -Erstglieder der Determinationsketten- (außer β , T und den Anfangsbedingungen) nur solche determinierenden Funktionen enthält, die Einschränkungen von solchen determinierten Funktionen sind, die bereits in den Determinationsketten des Baumes vorkommen. Das System ist somit unter Verwendung von β und T als Parameter durch die Anfangsbedingungen bestimmt.

5. $BG(Z, \{\Omega_k\}_K) \xleftarrow{\text{df}}$

(1) $\text{DetB}(\{\Omega_k\}_K)$

(2) $\wedge \Omega (\Omega \in \{\Omega_k\}_K \rightarrow \pi_{1n(\Omega)}(\Omega) = Z)$

(lies: " Z ist das Basisglied des Baumes $\{\Omega_k\}_K$.")

$$6. \text{SDetB}(\{\Omega_k\}_K, \mathcal{G}) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$(1) \text{DetB}(\{\Omega_k\}_K)$$

$$(2) \bigwedge \Omega, n (\Omega \in \{\Omega_k\}_K \wedge 1 \leq n \leq \mathcal{M}(\Omega) \rightarrow \pi_2 \pi_n(\Omega) = \mathcal{G})$$

(lies: " $\{\Omega_k\}_K$ ist ein systembeschränkter Determinationsbaum bezüglich $\mathcal{G}$."

Bemerkung.

Alle Glieder jeder Kette des Baumes beziehen sich auf dasselbe System $\mathcal{G}$.

$$7. \text{VSyst}(\mathcal{G}, I') \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$(1) \text{Syst}(\mathcal{G}) \wedge I' \subseteq \bar{I}$$

$$(2) \bigwedge_{i \in \bar{I}} (\forall \{\Omega_k\}_K, Z (\text{SDetB}(\{\Omega_k\}_K, \mathcal{G}) \wedge \text{BG}(Z, \{\Omega_k\}_K) \wedge \pi_3 Z = i) \wedge \\ \bigwedge \Omega, j, X \forall \Omega', n (j \in \bar{I} \wedge j \neq \pi_3 \pi_1 \Omega \wedge \\ \lambda(j) \wedge X \in \pi_1 \pi_1(\Omega) \rightarrow \Omega' \in \{\Omega_k\}_K \wedge 1 \leq n \leq \mathcal{M}(\Omega') \wedge \\ \pi_3 \pi_n(\Omega') = j \wedge \lambda(j) \wedge X \subseteq \lambda(j) \cap \pi_2 \pi_n(\Omega')))$$

(lies: " $\mathcal{G}$ ist ein vollständiges System bezüglich I' im starken Sinne."

Neben den Definitionen D2.2 und D2.7 lassen sich solche angeben, in denen einige Funktionen aus Ξ wie β und T in D2.7 -nämlich als Parameter- behandelt werden. Mit diesen Funktionen lassen sich dann äußere Bedingungen der Systeme angeben. Diese Systemcharakterisierungen mittels äußerer Bedingungen sind besonders dann relevant, wenn sich die äußeren Bedingungen durch Systemerweiterungen prinzipiell nicht zu inneren Bedingungen gemäß D2.7 machen lassen und wenn die äußeren Bedingungen vom Verlauf des betrachteten Systems quasi unabhängig sind (keine Rückkoppelung des Systems auf die äußeren Bedingungen).

3. Systemklassifikationen.

Wenn Systemklassifikationen unabhängig von bestimmten, vorgeschriebenen Determinationsbeziehungen eingeführt werden sollen, so lassen sich die Klassifikationseigenschaften der Systeme $\mathcal{C} \in \widehat{\text{Syst}}$ aus den Charakteristika der eingeschränkten (speziellen) Funktionen $\exists \Gamma \mathcal{C}$ gewinnen.

Erste Klassifikationsstufe.

Die klassifizierende Eigenschaft gibt hier an, welche der speziellen Funktionen verschwinden bzw welche nicht verschwinden. Nach diesem Kriterium werden die Systeme gemäß der Feldarten, Energiewechselwirkungen, Kraftursachen etc klassifiziert.

D3

1. $\mathcal{C}$ ist vom Typ J gdw gilt:

- (1) $J \subseteq I$ und $\mathcal{C} \in \widehat{\text{Syst}}$
- (2) Für jedes $i \in J$ ist $\lambda(i) \Gamma \mathcal{C}$ nicht identisch Null.
- (3) Für jedes $i \in I \setminus J$ ist $\lambda(i) \Gamma \mathcal{C}$ identisch Null.

2. $[\mathcal{C}]^J := \{\mathcal{C} / \mathcal{C} \text{ ist vom Typ } J\}$

Eine Klassifikation nach diesem Kriterium ist im allgemeinen zu grob; denn neben dem Verschwinden bzw Nichtverschwinden der speziellen Funktionen sind auch die Größenverhältnisse und charakteristischen Eigenschaften der nichtverschwindenden Funktionen wesentlich.

Zweite Klassifikationsstufe.

Hier werden Eigenschaften $\mathcal{E}_1$ der (nichtverschwindenden) speziellen Funktionen gefordert; z.B.

$$(1) \mathcal{E}_1(E'_f) \xleftrightarrow{\text{df}} \wedge e(e \in D_I(E'_f) \rightarrow \oint_t E'_f(e) = \vec{0})$$

Das elektrische Feld im Bereich $D_I E'_f$ ist statisch, sofern es nicht identisch Null ist.

$$(2) \mathcal{E}_2(\mathcal{G}'_f) \xleftrightarrow{\text{df}} \wedge_{p_1, p_2, t, t'} (\bigwedge_{i=1}^2 (p_i, t), (p_i, t') \in D_I \mathcal{G}'_f \rightarrow | \mathcal{G}'_1(f, p_1, t) - \mathcal{G}'_1(f, p_2, t) | = | \mathcal{G}'_1(f, p_1, t') - \mathcal{G}'_1(f, p_2, t') |)$$

Die Eigenschaft $\mathcal{E}_2$ fordert, daß der Abstand der Partikeln während der Bewegung $\mathcal{G}'$ konstant bleibt. Es handelt sich hier um einen möglichen Anwendungsfall der Partikelmechanik oder der Mechanik starrer Körper.

Da hier im allgemeinen nicht nur die Eigenschaften der einzelnen Funktionen, sondern auch Beziehungen zwischen den Funktionen wesentlich sind, sollten die Klassifikationseigenschaften generell auf den gesamten Mengen Ξ' von speziellen Funktionen definiert werden. Um eine einheitliche Schreibweise mit den noch folgenden Fällen zu gewinnen, müssen hier die Eigenschaften auf die Systeme bezogen werden.

D4

$$1. [\mathcal{G}]_{\mathcal{E}} =_{\text{df}} \{ \mathcal{G} / \mathcal{G} \in \widehat{\text{Syst}} \wedge \mathcal{E}(\mathcal{G}) \}$$

$$2. [\mathcal{G}] \{ \mathcal{E}_k \}_K =_{\text{df}} \bigcap_{k \in K} [\mathcal{G}]_{\mathcal{E}_k}$$

Wenn die Eigenschaften allgemein definiert werden, wird durch sie nicht unbedingt bestimmt, welche speziellen Funktionen verschwinden. Dies kann durch eine Kombination beider Klassifikationsstufen zum Ausdruck gebracht werden:

$$3. [\mathcal{G}]^J \{ \mathcal{E}_k \}_K =_{\text{df}} [\mathcal{G}]^J \cap [\mathcal{G}] \{ \mathcal{E}_k \}_K$$

Dritte Klassifikationsstufe.

Allgemeinere Klassifikationen können durch explizite Verwendung der Determinationsbeziehungen eingeführt werden, z.B. unter Verwendung der in D2 definierten Prädikate VSyst_0 und VSyst unter Vorgabe einer Indexmenge I' . Weitere Beispiele sind die im nächsten Abschnitt eingeführten Klassifikationen auf der Grundlage von Materialklassifikationen.

Ein weiterer wichtiger Fall ist die Klassifikation nach approximativen Kriterien für vorgegebene Determinationen. Sind z.B. für ein System $\mathcal{G}$ die Determinationsfunktionen bezüglich $\lambda(i) \cap \mathcal{G}$ durch die Indexmenge I' gegeben, so läßt sich die Beschreibung der Determination oft dadurch vereinfachen, indem man eine kleinere Indexmenge I'' verwendet und die restlichen 'Einflüsse' $I' \setminus I''$ vernachlässigt. Diese Klassifikation ist z.B. mit dem folgenden Prädikat durchführbar:

$$A(\mathcal{G}, i, \varepsilon, I'') \stackrel{\text{df}}{\longleftrightarrow}$$

$$(1) \text{Syst}(\mathcal{G}) \wedge i \in \bar{I} \wedge \varepsilon \in \mathbb{R} \wedge I'' \subseteq I$$

$$(2) \bigwedge x (x \in D_I \lambda(i) \cap \mathcal{G} \rightarrow \forall \Xi' (be(\Xi', \{\lambda(i)/i \in I''\}) \wedge \\ \|\check{\lambda}(i)(\Xi', x) - \lambda(i)(x)\| \leq \varepsilon))$$

(lies: " $\mathcal{G}$ ist bezüglich i ein I'' -System vom Grade ε ."

Die Klassifikationen 'höherer Stufe', die mittels komplexer, die Determinationsbeziehungen einbeziehender Eigenschaften definiert sind, gewinnen ihren Stellenwert oft erst dann, wenn mittels empirisch ermittelter Gesetze die Inklusion gewisser Systemklassen 'niedrigerer Stufe' in die der 'höheren' nachgewiesen wird. So ist es z.B. für die Anwendung einer approximativen Beschreibung von Systemarten notwendig zu wissen, welche Systemarten sich in welcher Weise und bis zu welchem Grade approximativ beschreiben lassen, d.h. welche Vernachlässigungen bei einem vorgegebenen Genauigkeitsgrad gemacht werden dürfen.

Dies Wissen ist z.B. für relevante Voraussagen unentbehrlich.

4. Materieklassifikationen.

In einigen Determinationen tritt die Materieklassifikationsfunktion β auf. Das liegt daran, daß die Materie bezüglich dieser Determinationen keine invarianten Eigenschaften besitzt, die insbesondere für die Bestimmung (Messung) der Funktionswerte und ihrer Verwendung für Prognosen wichtig sind. In diesen - β wesentlich enthaltenden - Determinationen beinhalten die charakteristischen Eigenschaften der determinierenden Funktionen die sogenannten Dispositionen der durch β klassifizierten Materie, z.B. die Disposition, ein (guter) Elektrizitätsleiter, (ferro-)magnetisch oder elastisch zu sein.

Zur näheren Charakterisierung soll zunächst die durch β klassifizierte Materie, sodann die sogenannte Augenblicksdisposition und schließlich die permanente Disposition *) betrachtet werden.

D5

$$1. \text{MSyst}(\mu, \hat{\mathcal{L}}) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

Es gibt $\{C_i\}$, X , so daß gilt:

- (1) $\mu = (\{\pi_1 C_i\}, X)$
- (2) $\{C_i\} \subseteq \widehat{CK} \wedge X \subseteq \alpha(P\{C_i\}) \wedge \bigwedge p(p \in P\{C_i\} \rightarrow \alpha(p) \cap X \neq \emptyset)$
- (3) $\hat{\mathcal{L}}$ ist eine nichtleere Menge von Funktionen
- (4) $\beta \Gamma \mu \in \hat{\mathcal{L}}$
- (5) $\bigwedge Y(X \subset Y \wedge Y \subseteq \alpha\{\pi_1 C_i\} \rightarrow \beta \Gamma (\{\pi_1 C_i\}, Y) \notin \hat{\mathcal{L}})$

(lies: " μ ist ein Materiesystem mit der Eigenschaft $\hat{\mathcal{L}}$.")

*) Diese Begriffe sind gegenüber den üblichen (siehe [12], Seite 217) modifiziert.

$$2. |\mu|_{\mathcal{L}(\beta)} := \{\mu / \text{MSyst}(\mu, \mathcal{L})\}, \text{ mit } \mathcal{L}(\beta)(\mu) \xleftrightarrow{\text{df}} \mathcal{L}(\beta \cap \mu)$$

$$3. \mathcal{L}_0(\beta \cap \mu) \xleftrightarrow{\text{df}} \pi_2 \mu = \alpha(\pi_1 \mu)$$

Bemerkungen.

(1) $|\mu|_{\mathcal{L}(\beta)}$: Menge der uneingeschränkten Materiesysteme.

(2) Ist $\mathcal{L}$ eine einschränkende Eigenschaft, so besteht das Materiesystem aus einem Kontinuumskörper und demjenigen Teil des von ihm eingenommenen Raumzeitgebietes, für das β die Eigenschaft $\mathcal{L}$ besitzt.

(3) Materiesysteme sind also im Prinzip Systeme im Sinne von D1.4. Es werden in beiden Fällen lediglich die Raumzeitgebiete den speziellen Bedürfnissen angepaßt. Aus diesem Grunde soll auch die Teilsystemrelation übernommen werden. Hiernach gilt:

Ist $\mu \in |\mu|_{\mathcal{L}(\beta)}$, so gibt es ein $\mu' \in |\mu|_{\mathcal{L}_0(\beta)}$

und $\mu \sqsubseteq \mu'$.

(4) Materialklassifikationen mit Familien von Eigenschaften sind analog zu D4.2 aufzufassen.

Augenblicksdispositionen beziehen sich auf Systeme, in denen der dispositionsspezifische Zustand bzw Vorgang vorliegt, also ein Körper gerade Strom leitet oder magnetisiert ist. Es lassen sich drei Typen von Dispositionen unterscheiden.

1. Typ

Die Disposition ist durch eine Eigenschaft $A^1(J)$ bezüglich der für die Disposition spezifischen Funktion(en) mit der Indexmenge J charakterisierbar. So ist z.B. die Augenblicksdisposition, gerade Elektrizität zu leiten, durch eine Eigenschaft $A^1(\{6\})$ *) ausdrückbar, die besagt, daß die Stromdichte innerhalb des Systems an keiner Stelle verschwindet.

2. Typ

Will man z.B. den Gütegrad der Stromleitfähigkeit -das ist die spezifische Leitfähigkeit- als charakteristische

*) Die Zahl 6 ist die Indexzahl der Stromdichtfunktion.

Materialeigenschaft einführen, so müssen auch die Determinationsursachen (hier das elektrische Feld) einbezogen werden: Die charakterisierende Eigenschaft $A^2(J)$ muß sich bei diesem Typ sowohl auf die betreffenden determinierten als auch auf einige determinierende Funktionen beziehen.

3. Typ

Die ersten beiden Typen erfassen Dispositionen der Materie, die primär durch die auf den Partikeln definierten Funktionen S , P^* und j als determinierte Funktionen ausdrückbar sind. Jene Dispositionen, die primär^{*)} durch die elektromagnetischen Feldfunktionen E , D , H , B formulierbar sind -z.B. ferromagnetische Stoffe- lassen sich nur durch Vergleich von zwei Systemen (allgemeiner Systemklassen) ausdrücken, die bezüglich der betreffenden Feldfunktionen äquivalente Determinationsursachen besitzen und sich nur dadurch unterscheiden, daß an der äquivalenten Stelle, an der das eine System die betreffende Materie besitzt, im anderen System ein Vakuum vorhanden ist. Die Beschreibung dieses Vergleichs kann in der Definition der Dispositionsprädikate durch geeignete Determinationsbeziehungen ersetzt werden (siehe D6.5). Dies entspricht der Berechnung mittels Gesetzen. Zur Ermittlung der hierfür notwendigen Gesetze sind jedoch Messungen an beiden Systemarten vorzunehmen.

Die Augenblicksdispositionen der ersten beiden Typen sind ohne Rückgriff auf Determinationsbeziehungen definierbar; dies gilt nicht für den dritten Typ.

Die Bezugnahme auf mehrere Funktionen bzw. Indexzahlen J schließt einmal diejenigen Fälle ein, in denen mit Hilfe mehrerer Grundfunktionen neue Funktionen definitorisch eingeführt werden. Zum anderen werden solche Fälle berücksichtigt, in denen die Disposition nur durch mehrere Funktionen ausgedrückt werden kann.

^{*)} Sekundär sind die Dispositionen wegen der Determinationsbeziehungen auch durch die auf Partikeln definierten Funktionen ausdrückbar.

Zur Definition der Dispositionsprädikate zunächst einige
Hilfdefinitionen:

D6

$$1. \text{ZerlD}(\Xi_a, \Xi_s, i, \mathcal{C}) \stackrel{\text{df}}{\longleftrightarrow}$$

Es gibt Ξ' , so daß gilt:

$$(1) i \in \bar{I} \wedge \text{DetF}(\Xi', \lambda(i) \Gamma \mathcal{C}, \lambda(i))$$

$$(2) \Xi_a = \{h/Vg, h' (g \in \Xi' \wedge \text{zerl}(\{h, h'\}, g) \stackrel{*1}{\wedge} D_I h \neq \emptyset \wedge h' = g \Gamma \mathcal{C})\}$$

$$(3) \Xi_s = \{h/Vg, h' (g \in \Xi' \wedge \text{zerl}(\{h, h'\}, g) \wedge D_I h \neq \emptyset \wedge h = g \Gamma \mathcal{C})\}$$

(lies: " (Ξ_a, Ξ_s) ist eine Zerlegung der Determinations-
funktionen für i bezüglich $\mathcal{C}$."

Bemerkung.

Die Funktionen Ξ_a geben die äußeren 'Determinationsur-
sachen' für i bezüglich $\mathcal{C}$ an und Ξ_s die inneren, d.h. die
auf das System $\mathcal{C}$ beschränkten.

$$2. \text{WDetf}(\beta, I) \stackrel{\text{df}}{\longleftrightarrow}$$

$$\bigwedge_{i \in I} \bigwedge \Xi' \forall X (\text{DetF}(\Xi', \lambda(i), \lambda(i)) \rightarrow X \neq \emptyset \wedge X \subseteq D_I \beta \wedge \beta \upharpoonright X \in \Xi')$$

(lies: " β ist eine wesentliche determinierende Funktion
bezüglich I ."

3. $A^1(J)$ sei eine Eigenschaft, die die determinierten
Funktionen mit den Indexzahlen $J \subseteq \{4, 5, 6\}$ ^{*2)} der betref-
fenden Systeme $\mathcal{C}$ charakterisiert:

$$A^1(J)^*(\mathcal{C}) \stackrel{\text{df}}{\longleftrightarrow} A^1(J)(\{\lambda(i) \Gamma \mathcal{C} / i \in J\})$$

*1) Siehe Seite 40.

2) Indexzahlen der Funktionen S , P^ und j .

4. $A^2(J)$ sei eine Eigenschaft, die sowohl die determinierten Funktionen mit den Indexzahlen $J \subseteq \{4, 5, 6\}$ als auch einige determinierende Funktionen der betreffenden Systeme - außer $\beta \Gamma \mathcal{C}$ - charakterisiert. Es genügt hier $A^2(J)$ auf die Einschränkungen $\Xi \Gamma \mathcal{C}$ zu beziehen.

$$A^2(J)^*(\mathcal{C}) \xleftrightarrow{\text{df}} A^2(J)(\Xi \Gamma \mathcal{C})$$

5. Ist (Ξ_a, Ξ_s) eine Zerlegung der Determinationsfunktionen für alle $i \in J$ bezüglich $\mathcal{C}$ und ist $A^3(J)$ eine die Funktionen $\{\lambda(i) \Gamma (\{\Xi_a\} \times \Pi_2 \mathcal{C}), \lambda(i) \Gamma \mathcal{C} / i \in J\}$ der intendierten Systemklasse charakterisierende Eigenschaft, so ist für $J \subseteq \{7, 8, 9, 10\}$ *1):

$$A^3(J)^*(\mathcal{C}) \xleftrightarrow{\text{df}} \text{Es gibt } \Xi_a, \Xi_s, \text{ so daß gilt}$$

$$(1) \bigwedge_{i \in J} \wedge \text{ZerlD}(\Xi_a, \Xi_s, i, \mathcal{C})$$

$$(2) \wedge h' (h' \in \Xi_s \setminus \{\beta \Gamma \mathcal{C}, \Gamma \Gamma \mathcal{C}, \xi \Gamma \mathcal{C}\} \rightarrow$$

$$\text{DetF}(\Xi_a \cup \{\beta \Gamma \mathcal{C}, \Gamma \Gamma \mathcal{C}, \xi \Gamma \mathcal{C}\}, h', \check{h}))$$

$$(3) A^3(J)(\{\lambda(i) \wedge (\{\Xi_a\} \times \Pi_2 \mathcal{C}), \lambda(i) \Gamma \mathcal{C} / i \in J\})$$

Bemerkung.

$A^3(J)$ bzw. $A^3(J)^*$ ist die charakterisierende Eigenschaft für den dritten Dispositionstyp. Der Vergleich mit einem materiefreien System wird hier durch die Einschränkungen der Funktionen $\lambda(i)$ ($i \in J$) auf $\{\Xi_a\} \times \Pi_2 \mathcal{C}$ ersetzt.

Die Augenblicksdispositionen aller drei Typen ($i=1, 2, 3$) besitzen die Form

$$6. D_{A^i(J)^*}(\mu, X) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$\forall \mathcal{C} (\mu \in I[\mu] \& \mathcal{C}_0(\beta) \wedge \mathcal{C} \in [\mathcal{C}]_{A^i(J)^*} \wedge \Pi_1 \mathcal{C} = \Pi_1 \mu \wedge \Pi_2 \mathcal{C} = X)$$

*1) Indexzahlen der Funktionen E, H, D und B.

Es sei M eine klassifizierende Eigenschaft bezüglich β . Zur Definition der permanenten Disposition für eine Materialklasse $|\mu|_{M(\beta)}$ gehen wir von einer Eigenschaft $D(J)$ aus, die außer $\beta \cap \mathcal{C}$ alle determinierenden Funktionen der determinierten $\lambda(i)$ ($i \in J$) der Systeme $[\mathcal{C}]_{A^i(J)^*}$ ($i=1,2,3$) charakterisiert, derart daß gilt:

$$\bigwedge \mathcal{C} (\mathcal{C} \in [\mathcal{C}]_{M(\beta)} \rightarrow$$

$$\bigvee \Xi' (\bigwedge_{i \in J} \text{DetF}(\Xi', \lambda(i) \cap \mathcal{C}, \lambda(i)) \wedge D(J)(\Xi')) \rightarrow \mathcal{C} \in [\mathcal{C}]_{A^i(J)^*})$$

Mit $D(J)^*(\mathcal{C}) \xleftrightarrow{\text{df}} \bigvee \Xi' (\bigwedge_{i \in J} \text{DetF}(\Xi', \lambda(i) \cap \mathcal{C}, \lambda(i)) \wedge D(J)(\Xi'))$ erhalten wir die Form der Dispositionsprädikate aller drei Typen ($i=1,2,3$):

D7

$$1. \mathcal{D}_p^i(|\mu|_{M(\beta)}) \xleftrightarrow{\text{df}} [\mathcal{C}]_{M(\beta)} \cap [\mathcal{C}]_{D(J)^*} \subseteq [\mathcal{C}]_{A^i(J)^*}$$

Anstatt ganzen Materialklassen kann die Disposition auch einzelnen Materiesystemen zugeordnet werden:

$$2. D_p^i(\mu) \xleftrightarrow{\text{df}} \mu \in \bigcup_p \mathcal{D}_p^i$$

Bemerkung.

Die Definition D7.1 bringt zum Ausdruck, daß sich jedes Materiesystem aus einer Materialklasse $|\mu|_{M(\beta)}$, der die betreffende Disposition zugesprochen wird, unter bestimmten Bedingungen - $\mathcal{C} \in D(J)^* \cap [\mathcal{C}]_{M(\beta)}$ - in einer bestimmten, durch $A^i(J)^*(\mathcal{C})$ charakterisierten Weise verhält.

Mit Hilfe der Dispositionsprädikate lassen sich weitere Klassifikationen einführen:

$$3. |\mu|_{D_p^i} = \bigcup_p \mathcal{D}_p^i$$

Ist $\mathcal{D}_p^i(|\mu|_{M(\beta)})$, so ist $|\mu|_{M(\beta)} \subseteq |\mu|_{D_p^i}$

4. Ist D_p^i ein Dispositionsprädikat, so ist

$$D_p^i(\mathcal{G}) \stackrel{\text{df}}{\longleftrightarrow} \text{Syst}(\mathcal{G}) \wedge \forall \mu (D_p^i(\mu) \wedge \Pi_1 \mathcal{G} = \Pi_1 \mu \wedge \Pi_2 \mu \subseteq \Pi_2 \mathcal{G} \wedge (\Pi_2 \mu \setminus \Pi_2 \mathcal{G}) \cap \Delta(\Pi_1 \mathcal{G}) = \emptyset)$$

Diese Definition drückt aus, daß die Materie des Systems $\mathcal{G}$ die durch D_p^i ausgedrückte Disposition besitzt. $[\mathcal{G}]_{D_p^i}$ ist die Klasse aller dieser Systeme.

Während der Begriff der Augenblicksdisposition nach D6.6 eine kontingente Eigenschaft darstellt, beruht der Begriff der permanenten Disposition nach D7 auf einem Gesetz einer phänomenologischen Makrotheorie, die auf indirekte Weise, ohne Bezugnahme auf die innere Struktur der Materie, Eigenschaften der Materie definiert.

Eine 'direkte Erfassung' der Dispositionen ließe sich mit einer Mikrotheorie liefern, die die für die Disposition spezifischen Charakteristika der inneren Struktur der Materie sowie den gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen den zusätzlichen determinierenden und den determinierten Funktionen erfaßt. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn das Gesetz der Stromleitung durch die Bewegung geladener Teilchen und die Materieklassifikation durch die Bindungsart (Metallbindung) etc dargestellt wird. Prinzipiell stimmen beide Definitionen überein; denn auch hier basiert die Disposition auf einem Gesetz, nämlich dem durch die Mikrotheorie erfaßten phänomenologischen Gesetz. In beiden Fällen werden mit den Dispositionen Zusammenhänge von bestimmten Materialien und deren Verhalten unter bestimmten angebbaren Bedingungen erfaßt.

Aus dieser Sicht gesehen würde die Disposition zur Bedeutungslosigkeit degradiert, wenn man das Gesetz als Definitionsbedingung eliminieren würde und beispielsweise die Disposition nur mittels der Mikrostruktur der Materie -in unserem Beispiel durch die Metallbindung- definieren wollte, obwohl diese die 'direkt dargestellte Determinationsgrundlage' der Stromleitung (fester Körper) ist.

5. Konstitutionsklassen*₁).

Zur Aussonderungsproblematik betrachten wir die skizzierten Systemklassifikationen, die zu Systembildungen wie

1. gravitierenden Systemen (mit und ohne Angabe von Parameterbereichen),
2. geführten Bewegungen in Gravitationsfeldern (einen Spezialfall hiervon bilden die Pendel im Schwerfeld),
3. elektromagnetischen Wellen (mit einer bestimmten Frequenz, Quelle und Quellenart - Erzeugungsprozeß des Stromes)

führen.

Relativ zu jeder Systemart tritt das Problem auf, die Determinationsfunktionen -d.h. die Gesetze- zu bestimmen. Im allgemeinen geben Messungen an einfachen Systemen Anlaß, ein bestimmtes Gesetz für die betreffende Systemart vorzuschlagen. Es lassen sich beispielsweise die Newtonschen Gravitationsgesetze aus Systemen bis zu sieben gravitierenden Körpern durch Beobachtungen der Bahnkurve relativ zu einem Inertialsystem ermitteln. Für größere Systeme läßt sich lediglich die Konsistenz der Gesetze nachweisen.

Zur Beschreibung der Aussonderung der Modelle für die Determinationsstruktur bzw Theorie im weiteren Sinne sollen nun Konstitutionsklassen eingeführt werden. Unter einer einfachen Konstitutionsklasse $\mathcal{C}([C], J)$ *₂) bezüglich einer bestimmten Systemklasse $[C]$ und einer Indexmenge $J \subseteq \bar{I}$ soll dabei eine Menge von Modellen verstanden werden, die bezüglich dieser Systemklasse und den durch J bestimmten Determinationen übereinstimmen. Für eine Präzisierung dieses Begriffes ist zunächst die gemeinsame objektive Ausgangsbasis *₃) aller Modelle dieser Klasse zu bestimmen.

*₁) Dieser Begriff wird in Anlehnung an Noll [7] ("constitutive classes") eingeführt und ist vom Begriff der Konstitutionsbedingung (I.1) zu unterscheiden.

*₂) Die allgemeinen Konstitutionsklassen bestehen aus einer Menge von Paaren $([C], J)$.

*₃) Hierunter soll verstanden werden, daß die Ausgangsbasis intersubjektiv sowie modellinvariant ist.

Als notwendige Bedingung hierfür ist die Forderung zu stellen, daß die Beschreibungen der Systeme sowie der betreffenden Systemklassifikationen objektiven Charakter besitzen. In die Systemkonzeption geht der Begriff der Partikelmenge, der Raumzeitmannigfaltigkeit und der Begriff der 'Weltlinienfunktion' α ein. Sie sind daher als objektiv vor auszusetzen. Durch eine geringfügige Erweiterung der Rekonstruktion lassen sich die Voraussetzungen dahingehend abschwächen, daß nur der Begriff des materiellen Körpers, für den die Kontinuumsdarstellung nachträglich eingeführt wird, objektiven Charakter besitzt, nicht jedoch die Kontinuumsdarstellung selbst. Obwohl die differenzierbaren Mannigfaltigkeiten zunächst rein mathematische Konstruktionen sind, ist ihre Auswahl dennoch mit empirischen Resultaten der gesamten Theorie verbunden. Es ist nicht jede mathematisch mögliche differenzierbare Mannigfaltigkeit der Raumzeitwelt bzw Partikelmengen empirisch zulässig. Die Funktion α wird als objektiver Begriff angesehen, weil er ein idealisierter >sinnlicher Begriff< ist, dem die Wahrnehmung der Materie in Raum und Zeit zugrunde liegt. Als weitere Bedingung ist zu stellen, daß die Beschreibung der Systemklassen auf keine Besonderheiten bestimmter Modelle (z.B. Maßeinheiten) Bezug nimmt; die Beschreibung der Klassifikation soll modellinvariant sein. Eine sinnvolle, eventuell auch notwendige Liberalisierung dieser Bestimmung besteht darin, daß die Klassifikationsbeschreibung rekursiv mit dieser Ausgangsbasis und eindeutig bestimmten Konstitutionsklassen^{*)} durchgeführt wird. Im folgenden sollen einige notwendige Bedingungen der Konstitutionsklassen beschrieben werden, für die die folgenden Hilfsdefinitionen benötigt werden:

*) Der Begriff der eindeutig bestimmten Konstitutionsklasse wird etwas weiter unten erläutert.

D8

1. Sind $\Delta^j = (B_I^j, \{(K, \psi^j)/CK(K, \psi^j)\}, (M, \phi^j), \alpha, \Xi^j, \nu^j)$

($j=1,2$) zwei Determinationsstrukturen und

$\text{DetF}(\Xi^j, \lambda(i)^j, \lambda(i)^j)$ eine Determinationsbeziehung von Δ^j , so ist

$$\text{ADB}(\text{DetF}(\Xi^1, \lambda(i)^1, \lambda(i)^1), \text{DetF}(\Xi^2, \lambda(i)^2, \lambda(i)^2), [\mathcal{G}]) \xleftrightarrow{\text{df}}$$

$$(1) [\mathcal{G}] \subseteq \widehat{\text{Syst}}$$

$$(2) \forall \Xi^1, \Xi^2 \wedge x (\bigwedge_{j=1}^2 (\text{be}(\Xi^j, \Xi^j) \wedge$$

$$\text{DetF}(\Xi^j, \lambda(i)^j \Gamma [\mathcal{G}], \lambda(i)^j)) \wedge \Xi^1 = \Xi^2 \wedge$$

$$\lambda(i)^1 \Gamma [\mathcal{G}] = \lambda(i)^2 \Gamma [\mathcal{G}] \wedge x \in D_I \lambda(i)^1 \Gamma [\mathcal{G}] \rightarrow$$

$$\lambda Z(\text{be}(Z, \Xi^1) \wedge (Z, x) \in D_I \lambda(i)^1 \rightarrow \lambda(i)^1(Z, x) = \lambda(i)^2(Z, x)) \wedge$$

$$\lambda Z(\text{be}(Z, \Xi^2) \wedge (Z, x) \in D_I \lambda(i)^2 \rightarrow \lambda(i)^1(Z, x) = \lambda(i)^2(Z, x)))$$

(lies: "Die Determinationsbeziehungen DetF^j ($j=1,2$) sind bezüglich der Klasse von Systemen $[\mathcal{G}]$ äquivalent.")

Es folgt unmittelbar aus der Definition, daß $\text{ADB}[\mathcal{G}]$ eine Äquivalenzrelation ist.

2. $\text{ADS}(\Delta^1, \Delta^2, [\mathcal{G}], J) \xleftrightarrow{\text{df}}$

Es gibt $B_I^j, \hat{CK}^j = \{(K, \psi^j)/CK(K, \psi^j)\}, (M, \phi^j), \alpha, \Xi^j, \nu^j$

($j=1,2$), so daß gilt:

$$(1) \bigwedge_{j=1}^2 \Delta^j = (B_I^j, \hat{CK}^j, (M, \phi^j), \alpha, \Xi^j, \nu^j) \wedge \text{DS}(\Delta^j)$$

$$(2) [\mathcal{G}] \subseteq \widehat{\text{Syst}} \wedge J \subseteq \bar{I} \wedge B_I^1 = B_I^2 \wedge \hat{CK}^1 = \hat{CK}^2 \wedge \phi^1 = \phi^2$$

$$(3) \lambda i (i \in J \rightarrow \text{ADB}(\text{DetF}(\Xi^1, \lambda(i)^1, \lambda(i)^1), \text{DetF}(\Xi^2, \lambda(i)^2, \lambda(i)^2), \mathcal{G}))$$

(lies: "Die Determinationsstrukturen Δ^1 und Δ^2 sind bezüglich $[\mathcal{G}]$ und J äquivalent.")

Auch hier folgt unmittelbar, daß $\text{ADS}_{[\mathcal{E}],J}$ eine Äquivalenzrelation ist.

Hiermit erhalten wir für die notwendigen Bedingungen der allgemeinen Konstitutionsklassen (NB.K):

(NB.K)

1. $\mathcal{L}(\{([\mathcal{E}],J)_1\}_L) \subseteq \{\Delta/\text{DS}(\Delta)\}$
2. $\bigwedge \Delta^1, \Delta^2 (\bigwedge_{1 \in L} (\bigwedge_{j=1}^2 \text{DS}(\Delta^j) *) \wedge \text{ADS}(\Delta^1, \Delta^2, [\mathcal{E}]_1, J_1)) \rightarrow$
 $(\Delta^1 \in \mathcal{L}(\{([\mathcal{E}],J)_1\}_L) \leftrightarrow \Delta^2 \in \mathcal{L}(\{([\mathcal{E}],J)_1\}_L))$

Da die endgültige Festlegung der Grundfunktionen von der Wahl der Maßeinheiten abhängt, ist noch die Klasse aller Äquivalenten Konstitutionsklassen $[\mathcal{L}(\{([\mathcal{E}],J)_1\}_L)]$ von Interesse, deren Elemente zwar bezüglich $[\mathcal{E}]_1$ und J_1 ein identisches Determinationsfunktional besitzen, deren Grundfunktionen, Bezugssysteme und Konfigurationsfunktionen in diesem Bereich jeweils aber nur bis auf einen konstanten Faktor übereinstimmen, der durch die verschiedenen Maßeinheiten bedingt ist.

Das angestrebte Ziel kann darin gesehen werden, daß für eine hinreichend große und komplexe Systemklasse $[\mathcal{E}]$ die Menge aller möglichen Konstitutionsklassen bezüglich $\bar{I}$ eine Äquivalenzklasse $\mathcal{C}([\mathcal{E}], \bar{I})$ bildet. Die Konstitutionsklassen sind dann bis auf die Maßeinheit eindeutig bestimmt.

Für die Diskussion der eindeutigen Bestimmbarkeit*2) von Konstitutionsklassen sind die hinreichenden Bedingungen der Konstitutionsklassen (HB.K) wesentlich. Die Formulierung der hinreichenden Bedingungen setzt voraus, daß alle Meßbeziehungen formulierbar sind, die für die Ermittlung und Be-

*1) Statt der Determinationsstruktur wäre es besser, die Theorie im weiteren Sinne zu verwenden. Dies gilt insbesondere für die hinreichenden Bedingungen.

*2) Der Begriff der eindeutigen Bestimmbarkeit ist mit den Problemen des fiktiven klassischen Begriffs der prinzipiell eindeutig bestimmbaren Meßgröße behaftet.

stätigung der speziellen Gesetze notwendig sind. An dieser Stelle geht auch die erwähnte Komplexität der Systemklasse $[G]$ ein, die vom Bestätigungsbegriff abhängt. Setzt man z.B. die Raumzeitinvarianz als unproblematisch voraus, so bezieht sich die Komplexität der Systemklassen nicht auf die absoluten Raumzeitgebiete der Systeme, sondern auf Klassifikationen der oben behandelten Art, die mit Hilfe der Eigenschaften der Determinationsursachen gebildet sind. Hieraus geht auch hervor, daß in den Begriff der Gesetzesartigkeit das Problem der eindeutigen Bestimmbarkeit der Konstitutionsklassen eingeht; denn erst hiermit kann der charakteristische Unterschied von willkürlicher Zusammenfassung und gesetzmäßiger Beziehung erfaßt werden.

Bemerkung.

Im augenblicklichen Stadium der Theorienentwicklung dürfte es kaum möglich sein, eine geschlossene Formulierung einer Theorie im weiteren Sinne anzugeben, in der alle für diese Problematik notwendigen Meßbeziehungen formulierbar sind. Z.B. benötigt man für die nichtrelativistischen Theorien Meßmethoden mittels Lichtsignalen bzw. elektromagnetischen Wellen, die nur relativistisch beschreibbar sind. In einer Rekonstruktion, in der für diese Theorien eine gemeinsame protophysikalische Struktur expliziert wird, könnten -ähnlich wie die allgemeinen Konstitutionsklassen- komplexe Konstitutionsklassen eingeführt werden, in der jedes Element $([G], J)_1$ zu einer anderen Theorie gehört. Die protophysikalische Struktur müßte dann neben einer gemeinsamen Basis für alle Theorien auch intertheoretische Beziehungen enthalten.

Ein Vergleich mit Sneeds Begriff des erweiterten Strukturkernes läßt folgende Parallele erkennen:

Die Systeme $[G]$, die bezüglich J eine einfache Konstitutionsklasse $\mathcal{C}([G], J)$ bestimmen, entsprechen denjenigen partiellen, möglichen Modellen^{*1)} (intendierten Anwendungen), die derart zu Modellen erweiterbar sind, daß die der Indexmenge J korrespondierenden speziellen Gesetze sowie die allgemeinen und speziellen Nebenbedingungen erfüllt sind.^{*2)}

^{*1)} Dieser von Sneed verwendete Modellbegriff ist nicht mit dem hier verwendeten zu verwechseln. Sneeds Modellbegriff bezieht sich auf die Darstellung einzelner Systeme.

^{*2)} Siehe [11], Seite 181 bzw. [13], Seite 133.

Abschließend sei noch kurz auf die Meßproblematik eingegangen. Da die Meßbeziehungen aus Determinationsketten bestehen, tritt für sie ebenfalls das Aussonderungsproblem auf. Ein unendlicher Regreß kann nur durch Antizipation einiger einfacher Gesetze vermieden werden*¹⁾. Die einfachsten unter ihnen sind die Invarianzgesetze. Zur Verdeutlichung dieser Problematik betrachten wir die Längenmessung mittels Stäben:

Soll der Abstand zweier (benachbarter) Punkte auf der Erdoberfläche durch das Hintereinanderlegen von Maßstäben bestimmt werden, so müssen für jeden Maßstab zwei Invarianzgesetze vorausgesetzt werden. Zerlegt man die Gesamtbewegung jedes Stabes bei der Messung in die zwei disjunkten Systemmengen des jeweils ruhenden (angelegten) Stabes und die des jeweils während des Transportes bewegten Stabes, so ist für die erste Systemmenge zu fordern, daß es sich um (nahezu) gleichartige Systeme handelt und für die zweite ist die Forderung der Reversibilität bezüglich der beim Transport auftretenden Deformationen zu stellen*²⁾.

Die Messung bezieht zwei 'theoretische' Invarianzgesetze sowie den Koinzidenzbegriff und einige Relationen der 'sinnlichen Ebene' ein, die in der Definition des extensiven Systems in zwei Relationen (Verknüpfungsrelation und Ordnungsrelation) zusammengefaßt sind*³⁾. Mit den Invarianzen wird im Prinzip der Begriff der Konstanz der Länge von Stäben eingeführt, ohne den die Messung ihren Sinn verlieren würde.

Die Bestimmung der Grundfunktionen setzt je nach Funktion, Systemart und Meßmethode mehr oder weniger komplizierte Gesetze voraus. Zum Vergleich sei die Bestimmung der Massefunktion angeführt:

*¹⁾ Dies ist ein Analogon zu Sneeds Problem der theoretischen Terme (siehe [11], Seite 38 bzw [13], Seite 64).

*²⁾ Bei gleichen Materialien und Dimensionen der Stäbe können diese Forderungen für alle Stäbe gemeinsam aufgestellt werden.

*³⁾ Von einer vollständigen Rekonstruktion ist zu fordern, daß diese Relationen definitorisch auf einige Grundbegriffe zurückführbar sind.

Gegeben sei ein konservatives abgeschlossenes System der Partikelmechanik aus zwei Körpern. Zur Bestimmung der Massefunktion müssen einmal geeignete Systeme und Gesetze herangezogen werden, mit denen die Beschleunigungen der Körper relativ zu einem Inertialsystem gemessen werden können; ferner muß die Gültigkeit des 3. Newtonschen Gesetzes angenommen werden. (Die Gültigkeit des Gesetzes folgt aus der Vollständigkeit (D2.7) des Systems bezüglich der kinematischen Zustandsfunktion und dem in III.6 erwähnten Fundamentalgesetz (Noll [6], Seite 273).) Über die Größe der Kräfte bzw über die Kraftursachen braucht dabei nichts bekannt zu sein.

Bei dieser noch recht einfachen Messung werden bereits wesentlich kompliziertere Gesetze verwendet als im Beispiel der Abstandsmessung. Man könnte nun in Anlehnung an Sneeds Klassifikation der Funktionen einer Theorie T in T-theoretische und T-nichttheoretische versuchen, auf der Grundlage der Komplexität der Gesetze zu einer Klassifikation zu gelangen. Sie würde sich von Sneeds Klassifikationsgrundlage im wesentlichen dadurch unterscheiden, daß die Stufungen hier, im Gegensatz zu Sneeds Intention, explizit mittels Theorien abgrenzbar wären.

V Theorie und Realität.

Der Rekonstruktion der Theorie im weiteren Sinne lag die Intention zugrunde, ein allgemeines Begriffssystem zu explizieren, mit dessen Hilfe Systematisierungen durchführbar sind. Als wesentlich erwiesen sich neben den formalen Definitionen diejenigen mittels der Theorien formulierbaren Bedingungen und Beziehungen (z.B. Meßbeziehungen), die zur eindeutigen Bestimmung der Konstitutionsklassen führen. Zu den Modellbetrachtungen, wie sie in der reinen Mathematik vorkommen, tritt also in der Physik als wesentliches Problem noch die Bestimmung der Funktionen bzw der empirisch zulässigen Modelle.

Die eindeutige Bestimmbarkeit der Konstitutionsklassen ist für das Realitätsproblem von fundamentaler Bedeutung; sie bildet eine notwendige Bedingung für die Unterscheidung von >empirisch nicht signifikanten< und >empirisch signifikanten Begriffen<^{*1)}, wobei nur die letzteren realen Gehalt besitzen.

Zur Klärung des Verhältnisses von Theorie und Realität im Sinne der Konstitutionsbedingung sind die folgenden Problemkreise relevant:

- P1 Die >reale Ausgangsbasis< der Theorie, d.h. der Realitätsgehalt der Theorie.
- P2 Die Einführung neuer >empirisch signifikanter Begriffe< durch die Anwendung der Theorie.
- P3 Die Rolle und der Stellenwert der Theorie bei der Konstitution der Realität.

Die Begriffe "Theorie" und "Realität" fallen zwar nicht zusammen, es muß jedoch für die Konstitution der Realität

^{*1)} Im folgenden müssen eine Reihe von Begriffen verwendet werden, die hier nicht expliziert werden können. Zur Kennzeichnung der Explikanda werden Ecken (>,<) verwendet. Es sei darauf hingewiesen, daß diese Begriffe hier nicht im Sinne einer bestimmten philosophischen Richtung zu verstehen sind.

durch die Theorie eine ›reale Ausgangsbasis‹ vorhanden sein. Die Explikation dieser Basis ist insofern kompliziert, als sie einmal nicht als theorieninvariant angesehen werden kann und zweitens weitere, nicht theorieninvariante, komplexe Begriffe einbezieht. Ganz allgemein soll hier davon ausgegangen werden, daß die Zerlegung der gesamten, durch die Theorie (relativ zu den jeweils eindeutig bestimmten Konstitutionsklassen) konstituierte Realität in einzelne 'Bereiche' als rein methodische Trennung aufzufassen ist: Die Bedeutung^{*)} der (Begriffe der) einzelnen 'Bereiche' ist jeweils abhängig von den anderen 'Bereichen'.

Der für die Ausgangsbasis wesentlichste (nicht theorieninvariante) Begriff ist der der ›Sinnlichkeit‹; ferner sind Idealisierungs- und Abstraktionsprozesse wichtig. Auf eine Explikation dieses recht komplizierten Begriffes der ›Sinnlichkeit‹ soll hier verzichtet werden. Es sei nur hervorgehoben, daß mit ihm ›sinnliche Wahrnehmung‹ und ›sinnliche Vorstellung‹ verbunden sind. Die hier vor kommenden Abstraktions- und Idealisierungsprozesse sind einmal die Isolierung der Raumzeitgebiete und zum anderen der Übergang zum Kontinuum der Weltpunkte sowie zum Partikelkontinuum. Die Funktion α stellt die Verbindung zwischen den idealisierten und isolierten Objekten wieder her.

Die Begriffe der Theorie lassen sich durch ihren Bezug zur ›Sinnlichkeit‹ nach dem Kriterium klassifizieren, ob sie einen partiellen Wahrnehmbarkeitsbereich besitzen, d.h.: Für Prädikate P_i bzw Relationen R_i gibt es Objekte a_j bzw n-Tupel von Objekten (a_j) , so daß hierfür jeweils $P_i(a_j)$ bzw $R_i((a_j))$ wahrnehmungsmäßig entscheidbar ist.

^{*)} Es handelt sich hier wie im folgenden stets um den intensionalen Bedeutungsbegriff, der durch den Gebrauch der Begriffe (Aussagen) bestimmt ist. Es wird auch hier keine spezielle Philosophie bzw Sprachtheorie zugrunde gelegt.

Der Begriff "Wahrnehmung" ist dabei im Sinne von >sinnlicher Wahrnehmung< zu verstehen, der von dem noch zu diskutierenden Begriff der >Beobachtbarkeit< bzw Beobachtung zu unterscheiden ist. Um eine kurze Terminologie zur Verfügung zu haben, sollen die Begriffe mit einem Wahrnehmbarkeitsbereich^{*1)} als sinnliche Begriffe bezeichnet werden und die anderen Begriffe der Theorie(n) als abstrakte oder theoretische Begriffe^{*2)}. Die sinnlichen Begriffe besitzen somit eine partielle unmittelbare Dingbezogenheit; dadurch unterscheiden sie sich von den theoretischen Begriffen. Sie lassen sich durch verschiedene Charakteristika bezüglich des Wahrnehmbarkeitsbereiches sowie ihrer Beziehung zu den theoretischen Begriffen klassifizieren.^{*3)} So spielen z.B. für die früherals-Relation zwischen Raumzeitgebieten (insbesondere innerhalb der Relativitätstheorie) die theoretischen Begriffe eine erheblich größere Rolle als für die Relation α .

Die reale Ausgangsbasis der Theorie ist als echter 'Teil' der sinnlichen Basis -d.h. derjenigen Teilstruktur, die nur sinnliche Begriffe enthält- zu betrachten. Aus dieser Erörterung geht hervor, daß sich keine in sich (quasi-) geschlossene sinnliche Basis abspalten läßt. Ein weiteres Problem besteht in der Abgrenzung einer Ausgangsbasis der Theorie. Da die Abgrenzung von idealisierten und realisierbaren Entitäten -z.B. Partikeln im Sinne der Kontinuumsmechanik von realisierbaren Elementarteilchen- nur mit Hilfe der Anwendung der Theorie durchgeführt werden kann, läßt sich sinnvollerweise die reale

*1) Die Funktion α besitzt nur als Mengenfunktion betrachtet einen Wahrnehmbarkeitsbereich.

*2) Die Bezeichnung "abstrakt" soll auf die hier vorgenommene spezielle Abgrenzung der theoretischen Begriffe hinweisen. Dabei steht "abstrakt" für "nicht sinnlich".

*3) Im folgenden werden in die Diskussion (mehr oder weniger implizit) auch Begriffe einbezogen, die erst in einer umfangreicheren Rekonstruktion auftreten.

Ausgangsbasis nur als der 'wahrnehmbare Bereich' der sinnlichen Basis spezifizieren. Diese Abgrenzung braucht nicht streng durchgeführt zu werden; wesentlich ist nur, daß die sinnlichen Begriffe einen genügend großen Wahrnehmbarkeitsbereich besitzen, um die theoretischen Funktionen (Grundfunktionen) meßtechnisch bestimmen zu können.

Den theoretischen Begriffen der Theorie -dies sind die vektorwertigen Funktionen sowie etliche komperative Begriffe, die durch sie metrisiert werden- kommt unmittelbar kein sinnlicher Gehalt zu, obwohl sie doch zur Konstitution der Realität prinzipiell unentbehrlich sind. Da die Realität sich erst durch die Bestimmung der Konstitutionsklassen bzw durch die Anwendung der Theorie konstituiert, können die abstrakten Begriffe der Theorie nicht nur unmittelbar durch die konstituierte Realität eine empirische Bedeutung erhalten: Ihre Bedeutung liegt vielmehr auch in der Rolle, die sie für die Bestimmung der Konstitutionsklassen bzw bei den Systematisierungen einnehmen*). Der konkreteste und hierfür fundamentalste Begriff ist der der Determinationsbeziehung mit den Raumzeit- und Bezugssysteminvarianzen sowie den einschränkenden Bedingungen: den Zeitbedingungen (die die zeitliche Relation von Ursache- und Wirkungsereignis beinhalten), den Anfangsbedingungen (die charakteristische Invarianzbedingungen ausdrücken), den Isolationsbedingungen (die Charakteristika der Abhängigkeitsbeziehungen beinhalten) und den Bereichseinschränkungen. Die Grundfunktionen dienen dazu, die Determinationsbeziehungen zu formulieren. Dabei sind die fundamentalen Invarianzen für eine intensionale Systematisierung*) unentbehrlich.

*) Es sei darauf hingewiesen, daß die hinreichenden Bedingungen der Konstitutionsklassen für dies Problem sehr relevant sind.

*) Die Klassifikationen etc sind intensional und nicht extensional beschrieben.

Darüberhinaus läßt sich die konstituierte Realität durch die Bildung von Invarianzen darstellen und die Bedeutung der theoretischen Begriffe bezüglich der 'Wirklichkeitsbeschreibung' durch den Stellenwert bei der Formulierung der Invarianzen explizieren. Dieser Gedanke soll im folgenden skizziert werden.

Zur Beschreibung der Invarianzen ist eine Invarianzrelation sowie eine Familie von Eigenschaften anzugeben, was intensional oder extensional geschehen kann. Werden die Ausgangsklassifikationen der Systeme -das sind die einfachen Klassifikationen, die keine Determinationsbeziehungen einbeziehen- intensional beschrieben, so lassen sich mittels der Determinationsbeziehungen und der fundamentalen Invarianzen intensional beschriebene System- und Materieklassifikationen sowie spezielle Gesetze einführen.

Betrachten wir spezielle Gesetze bezüglich einer (intensional beschriebenen) Systemklasse. Die Einschränkungen der empirisch zulässigen Determinationsbeziehungen bezüglich dieser Klasse können dazu verwendet werden, Invarianzeigenschaften für die betreffenden Einschränkungen der determinierten Funktionen formulieren zu können. Für das Gravitationsgesetz erhalten wir z.B. mit der Klasse der abgeschlossenen gravitierenden Systeme aus zwei Partikeln*) die beiden Invarianzeigenschaften, daß die Kraft auf eine Partikel zu jedem Zeitpunkt umgekehrt proportional zum Abstandsquadrat (1. Eigenschaft) und proportional zur Masse der betreffenden Partikel (2. Eigenschaft) ist. Die speziellen Gesetze können auf diese Weise durch (eine oder mehrere) Invarianzeigenschaften 'ausgeschöpft' werden, die bei der Ermittlung der speziellen Gesetze eine wesentliche Rolle spielen. Für diejenigen Systeme, für die die notwendigen deter-

*) Die Einschränkung auf zwei Partikel wird lediglich der Einfachheit halber durchgeführt.

minierenden Funktionen gemessen^{*1)} sind, läßt sich das auf Invarianzen zurückgeführte Gesetz durch Iteration mittels solcher Invarianzen beschreiben, die nur noch mit Hilfe von sinnlichen Begriffen formuliert sind und die in diesem Gebiet wahrnehmungsmäßig entscheidbar sind. Je nach Meßmethode sind die betreffenden Invarianzen verschieden. Die abstrakte Funktion könnte daher als Klassifikationscharakteristikum aller 'denkmöglichen realen' Invarianzen dieser Art aufgefaßt werden. Verwenden wir nun die abstrakte Funktion (bzw mehrere) für prognostische Zwecke und bilden hier durch Iteration -je nach Meßmethode- entsprechende Invarianzen, so ordnen die abstrakten Begriffe (einzelnen bzw Klassen von) 'wahrnehmungsmäßig beschreibbaren' Invarianzen wieder (einzelne bzw Klassen von) solchen Invarianzen zu.

Obwohl die theoretischen Begriffe auf diese Weise auf die >sinnliche Wahrnehmung< zurückführbar sind, erschöpft sich ihre Bedeutung nicht in einer Hilfsfunktion, auf die prinzipiell verzichtet werden könnte. Der Übergang von der >sinnlichen Realität< zu der durch die Theorie konstituierten Realität läßt sich zwar allgemein durch Invarianzbildungen interpretieren, die theoretischen Begriffe -bzw die Theorien- sind jedoch dazu notwendig, um diese Invarianzen intensional erfassen bzw um sie erst ermitteln zu können. Mit dieser Interpretation und den Ausführungen über die Begriffsbildungen (Dispositionsprädikate) und die Bestimmung der Konstitutionsklassen in Kapitel IV sind in den Grundzügen alle drei Problemkreise P1, P2 und P3 umrissen. Es ist einsichtig, daß die intensionale Beschreibung -die insbesondere invariant bezüglich der Raumzeitinstanzen ist- für die Bestätigung spezieller

*1) Von dem Problem der Messung nicht-diskreter Funktionen soll zunächst abstrahiert werden.

Gesetze, den prognostischen Gehalt der Theorie und somit für das technisch verfügbare Wissen relevant ist.

Abschließend noch eine Ergänzung:

Die in dieser Arbeit betrachteten Systematisierungen beziehen sich -neben den Systemklassifikationen- auf Klassifikationen der Materie mit Hilfe phänomenologischer physikalischer Theorien, die die innere Struktur der Materie nicht mit einbeziehen. Diese Begriffe sind recht einfacher und unproblematischer Natur. Komplizierter ist die Abgrenzung der Idealisierungen von >realen Objekten< sowie die Konstruktion derselben. Neben dem klassischen Wellenbegriff sind dies die mikrophysikalischen Objekte. Die letzteren müßten durch geeignete Wechselwirkungsprozeßarten definiert werden, wobei charakteristische Invarianzen dieser Prozesse einen wesentlichen Stellenwert besitzen. Am einfachsten lassen sich die Begriffe der atomaren Struktur sowie der Kristallstruktur einführen.

Die >realen Objekte< bzw >realisierbaren Vorgänge (Systeme)< konstituieren endliche Raumzeitgebiete^{*1)}, die nicht beliebig unterschritten werden können. Diese Vorgänge bilden die einzige Grundlage für die Überprüfung und Bestätigung, d.h. für die Festlegung der Funktionswerte. Von dem idealisierten Konzept ist daher zu fordern, daß es sich konsistent in das realisierbare einbetten läßt, das somit die naive Anschauung aufhebt. Damit können die Idealisierungen als zweckmäßige Beschreibungen interpretiert werden.

Der Begriff der >Beobachtbarkeit< ist zweckmäßigerweise gemäß seiner Verwendung in der Physik derart zu explizieren, daß er sich auf alle >realisierbaren Vorgänge< bzw >realisierbaren Ereignisse< mit >realen Objekten< bezieht. Das bedeutet -kurz ausgedrückt-, daß die durch die Theorie konstituierte Realität auch beobachtbar ist.

^{*1)} Dies gilt auch für den wahrnehmbaren Bereich: Das Raumzeitgebiet eines Körpers wird hier durch Lichtreflexion bzw Materiekontakt konstituiert.

Symboolliste.

$Mg(X)$: X ist eine Menge

$\hat{E}: \{x/E(x)\}$

$N(i): \{x/x \in \mathbb{N} \wedge x \leq i\}$

C^n : Menge der n -mal stetig differenzierbaren Funktionen

$Re^n(r)$: r ist eine n -stellige Relation

$\text{\AA}Re(r)$: r ist eine Äquivalenzrelation

$Fkt(f)$: f ist eine Funktion

$D_I(f), D_{II}(f)$: Definitions- und Wertebereich der Funktion f

$FKT[f, A, B]$: f ist eine Funktion von A in B

$FKT[f, A, B]$: f ist eine Funktion, $D_I(f) \subseteq A \wedge D_{II}(f) \subseteq B$

$INJ[f, A, B]$: f ist eine injektive Funktion von A in B

$BIJ[f, A, B]$: f ist eine bijektive Funktion von A auf B

$f \upharpoonright A$: Einschränkung der Funktion f auf die Menge A

$\pi_i(x)$: i -te Projektion von x

$ln(x)$: Länge des Tupels; $ln(x)=n$ gdw $x=(\pi_1(x), \dots, \pi_n(x))$

$\pi_{N(n)}(x) := (\pi_1(x), \dots, \pi_n(x))$ für $n \leq ln(x)$

$Int[I]$: I ist ein abgeschlossenes Intervall der reellen Zahlen; zugelassen sind 'Intervalle' mit einem Element.

$\sup(A)$: Supremum von A

$\mathcal{T}_s^r(E)$: Menge der r -fach kontravarianten und s -fach kovarianten Tensoren über dem Grundraum E .

Literaturverzeichnis.

- [1] Bunge, M. 'Foundations of Physics',
Berlin-Heidelberg-New York 1967
- [2] Lang, S. 'Differentiable Manifolds', London 1972
- [3] Lichnerowicz, A. 'Einführung in die Tensoranalysis',
B.I. Mannheim
- [4] Ludwig, G. 'Deutung des Begriffes "physikalische Theorie"
und axiomatische Grundlegung der Hilbertraum-
struktur der Quantenmechanik durch Hauptsätze
des Messens',
Berlin-Heidelberg-New York 1970
- [5] McKinsey, J.C.C. und
Suppes, P. 'Philosophy and the Axiomatic Foundations of
Physics',
Proc. of the XIth Intern. Congress of Philo-
sophy, 49-54, 1953
- [6] Noll, W. 'The foundations of classical mechanics in the
light of recent advances in continuummechanics',
in: 'Symposium on the Axiomatic Method',
Amsterdam 1959
- [7] Noll, W. 'Space-Time Structures in Classical Mechanics',
in: 'Delaware Seminar in Foundations of Physics',
Berlin-Heidelberg-New York 1967
- [8] Noll, W. 'Euclidean geometry and Minkowskian chronometry',
Am.Math.Monthly 71, 129-144, 1964
- [9] Russell, B. 'Our knowledge of external world', London 1952
- [10] Schlüter, A. 'Einführung in die Plasmaphysik',
München 1959, Vorlesungsskriptum

- [11] Sneed, J.D. 'The Logical Structure of Mathematical Physics',
Dordrecht 1971

- [12] Stegmüller, W. 'Probleme und Resultate der Wissenschafts-
theorie und Analytischen Philosophie',
Band II, Erster Halbband,
Berlin-Heidelberg-New York 1970

- [13] Stegmüller, W. 'Probleme und Resultate der Wissenschafts-
theorie und Analytischen Philosophie',
Band II, Zweiter Halbband,
Berlin-Heidelberg-New York 1973

- [14] Suppes, P. 'Axioms for Relativistic Kinematics with or
without Parity',
in: Henking, L., Suppes, P. und Tarski, A. (eds)
'Symposium on the Axiomatic Method',
Amsterdam 1959

- [15] Truesdell, C. und
Noll, W. 'The non-linear field theories of mechanics',
in: 'Handbuch der Physik',
Berlin-Göttingen-Heidelberg 1965

Lebenslauf

Wilhelm Wolze, geboren am 15.7.1939 in Hildesheim.

Einschulung 1946, 1957 Mittlere Reife.

Anschließend Fachschulpraktikum und Ingenieurstudium an der Physikalisch-Technischen Lehranstalt zu Wedel, das im März 1963 mit der Ingenieurprüfung der Fachrichtung Physik abgeschlossen wurde.

Vom Mai 1963 bis Oktober 1965 experimentalphysikalische Tätigkeit im Institut für Plasmaphysik zu Garching.

Studium unter kleiner Matrikel an der Freien Universität Berlin bis zum Sommersemester 1966.

Oktober 1966 Ergänzungsprüfung zum Ingenieurexamen zur Erlangung der allgemeinen Hochschulreife.

Vom Wintersemester 1966 bis zum Sommersemester 1973 Doppelstudium der Naturwissenschaft und Philosophie an der Ludwig-Maximilians-Universität München.

Vom 11.9.69 bis zum 9.9.71 Angestellter im Lehrdienst bei der Landeshauptstadt München.

Vom 1.10.69 bis zum 31.5.74 Mitarbeit am DFG-Forschungsvorhaben von Professor Stegmüller über physikalische Grundlagenprobleme - dem Problem der Bedeutung sogenannter 'theoretischer Begriffe' im Zusammenhang mit dem physikalischen Theoriebegriff.

Vorlesungen und Übungen.

Mathematik bei den Professoren und Dozenten Diller, Jörgens, Mammitsch, Roelcke, Richter, Schütte, Stein, Weidemann.

Physik bei den Professoren und Dozenten Bopp, Bross, Dürr, Güttinger, Koller, Mayer-Berkhout, Ochs, Salecker, Schlüter.

Philosophie und Wissenschaftstheorie bei den Professoren und Dozenten Anacker, Essler, Grassi, Käsbauer, Leist, Müller, von Savigny, Stegmüller, von Weizsäcker.

